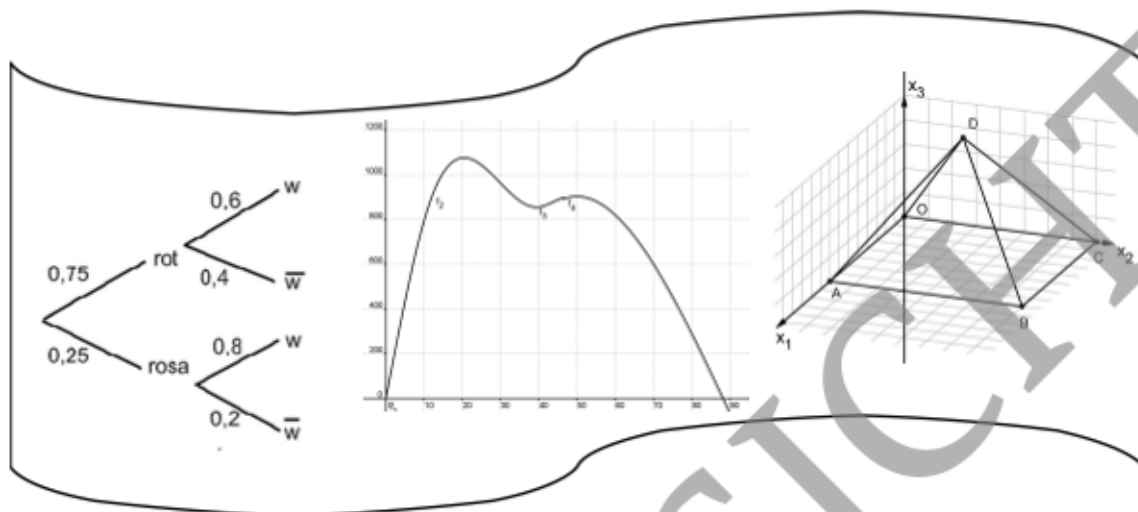


Reihe 6 S 1	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
----------------	---------	----------	-----	---------	----------

SAVe: Stochastik, Analysis und Vektorgeometrie einüben – ein Hüttenwochenende zur Vorbereitung auf das Abitur

Rolf Schultz, Rinteln

III/B



Aus: Ein gärtnerisches Missgeschick

Aus: Eine Ballonfahrt

Aus: Die Cheopspyramide

Klasse 13 (GK und LK)
Dauer 1 Wochenende
Inhalt Komplexe Aufgaben aus Stochastik, Analysis und Vektorgeometrie
Ihr Plus Alle Materialien für ein gelungenes Übungswochenende, organisatorische Hilfen (Einladungsschreiben, Anmeldung, Vorlagen für Plakate) auf der CD-ROM 35

13. (oder 12.) Klasse: Das schriftliche Abitur in Mathematik rückt immer näher. Nicht wenige Schülerinnen und Schüler empfinden dies als wachsende Bedrohung. Bieten Sie Ihren mathematischen Schutzbefohlenen daher ein Wochenende intensivsten Trainings an!

Was erwartet die Schülerinnen und Schüler? Kein lässiges Wochenende zum Faulenzen. Dafür aber: je drei komplexe Aufgaben aus den Bereichen Stochastik, Analysis und Vektorgeometrie; das Ganze in einer Runde Gleichgesinnter, mit denen man auch Spaß hat. Und für das leibliche Wohl ist ebenfalls gesorgt.

Was erwartet Sie? Kein lässiges Wochenende zum Faulenzen. Denn gegebenenfalls müssen Sie selbst *aus dem Stand* die unterschiedlichsten mathematischen Fragen beantworten. Dafür erleben Sie Schülerinnen und Schüler, die sich über Stunden nicht nur klaglos, sondern begeistert mit Mathematik-Aufgaben beschäftigen und sich gegenseitig dabei unterstützen. Organisatorische Hilfen zur Gestaltung des Wochenendes finden Sie auf der CD-ROM 35.

Lassen Sie Ihre Schutzbefohlen nicht allein

Stehen Sie in beiden Phasen (Einzelarbeit und gruppenweise Besprechung) als **Ratgeber** zur Verfügung. Schauen Sie gerade in dieser zweiten Phase bei den verschiedenen Arbeitsgruppen immer wieder vorbei und gewährleisten Sie auf diesem Wege, dass wirklich nur korrekte Lösungen als Musterlösung präsentiert werden. Zeigen Sie den Schülerinnen und Schülern eventuell die Lösungen zur selbstständigen Kontrolle.

- Nach dem dritten SAVe-Durchgang widmen sich die Schülerinnen und Schüler auch den sechs Aufgaben, die sie noch nicht kennen, und vergleichen ihre Lösungen mit den Musterlösungen.
- Futter ohne Ende: Legen Sie für schnelle Rechner, für die freie Zeit usw. einige Aufgaben aus, die die Schülerinnen und Schüler zusätzlich bearbeiten können. Hier sei auf die reichlich vorhandene Literatur – Übungsaufgaben im Abiturstil oder aus früheren Zentralabitur-Jahrgängen unterschiedlicher Bundesländer – verwiesen. Deren Besprechung (in etwas knapperer Form) erfolgt gegen Ende des Wochenendes.
- Weitere Hilfen:
Stellen sie Lehr- und Übungsbücher und evtl. einen Laptop mit Matheprogrammen zur Verfügung. Die Lernenden sollen sich auch selbstständig Rat und Hilfe holen können.

Und was gibt es sonst noch zu beachten?

- Vergessen Sie an einem solchen Wochenende nicht den gemeinsamen Spaß, vor allem am Samstagabend. Lassen Sie die Schülerinnen und Schüler brauchbare Gesellschaftsspiele mitbringen. Oder man veranstaltet ein Fest, geht gemeinsam Eis essen und Ähnliches.
- In der **Schlussrunde** nach dem letzten gemeinsamen Mittagessen erhalten die veranstaltenden Lehrkräfte ein Feedback zum gemeinsamen Wochenende. Dafür finden Sie auf der **CD-ROM 35** Plakatvorlagen:

Das Spiegelei verbildlicht die Redewendung *Das ist das Gelbe vom Ei*. Daher klebt jede Schülerin und jeder Schüler einen Klebepunkt so nah oder fern vom Dotter des Spiegeleis entfernt auf, wie er oder sie mit dem Ablauf des Wochenendes zufrieden ist: Je näher am Dotter, desto zufriedener (freie Meinungsäußerungen dazu sind selbstverständlich nicht verboten). Auf dem zweiten Plakat notieren die Schülerinnen und Schüler mithilfe von (Moderations-)Karten **Verbesserungsvorschläge**, die hoffentlich für ein nächstes Mal im nächsten Jahrgang hilfreich sind. Ein abschließendes **Blitzlicht** zum Ablauf der Veranstaltung rundet diese Schlussrunde ab.

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- modellieren und lösen anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe der Binomialverteilung (**M 2, M 5, M 8**),
- wenden grundlegende Begriffe, Sätze und Verfahren der Analysis (z.B. Ableitungsregeln, Kurvendiskussion, Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung) verständlich in inner- und außermathematischen Zusammenhängen an (**M 3, M 6, M 9**),
- untersuchen verschiedene Funktionsklassen (z.B. ganzrationale Kurvenschar und Wurzelfunktion) mithilfe der Differenzialrechnung (**M 3, M 9**),
- ermitteln mithilfe der Integralrechnung Stammfunktionen, berechnen bestimmte Integrale und bestimmen Flächeninhalte (**M 3, M 6, M 9**),
- berechnen Volumen und Oberfläche einer Pyramide (**M 4**),
- bilden Skalarprodukte zur Winkelberechnung und Bestimmung der Orthogonalität zweier Vektoren (**M 4, M 7, M 10**),
- stellen Geraden und Ebenen in ebenen und räumlichen Koordinaten und analytisch dar (**M 4, M 7, M 10**),
- untersuchen geometrische Objekte mit analytischen Methoden, berechnen Maße und erkennen aus analytischen Darstellungen geometrische Objekte (**M 4, M 7, M 10**).

M 2 Stochastik I: Ein gärtnerisches Missgeschick

Die Gärtnerei *Rosenstolz* verkauft Heckenrosen des Typs *Rosa pendula* im Sonderangebot. Als die Lieferung vom Großhändler ankommt, entfernt der Lehrling dummerweise die Markierungen von den Pflanzen, die die jeweilige Blütenfarbe angeben. Der Chef weiß am Schluss nur noch, dass er $\frac{1}{4}$ rosa blühende und $\frac{3}{4}$ rot blühende Pflanzen bestellt hat.

Tipp Gehen Sie von einer sehr großen Anzahl Pflanzen aus, sodass Sie *Ziehen mit Zurücklegen* annehmen dürfen, da der Unterschied in den Wahrscheinlichkeiten vernachlässigbar klein ist.



Heckenrosen

Foto: Pixello

III/B

Mit welcher Wahrscheinlichkeit

- ... blühen alle fünf Pflanzen, die Frau Arnold gekauft hat, in der gleichen Farbe?
- ... blüht von den neun Pflanzen, die Herr Bär gekauft hat, mindestens eine Heckenrose rot / blühen genau vier der Heckenrosen rot?
- ... blühen von den sieben Pflanzen, die Herr Jansen gekauft hat, mindestens drei Heckenrosen rot?
- Wie viele Heckenrosen muss Frau Einhart mindestens kaufen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % mindestens eine rosa blühende *Rosa pendula* dabei zu haben?
- Da die Pflanzen nicht von der besten Qualität sind, muss der Käufer damit rechnen, dass nicht alle Pflanzen gedeihen. Erfahrungsgemäß wachsen bei den rot blühenden Rosen 40 % nicht an, bei den rosa blühenden 20 %. Familie Fahrbach stellt erfreut fest, dass sich eine ihrer gekauften Pflanzen gut entwickelt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird sie rot blühen?
- Ein paar Monate später: Auf einem Verkaufstisch befinden sich 59 Rosenpflanzen mit roten oder rosafarbenen Blütenansätzen. Die Mehrzahl davon ist rot.

Der Gärtnereibesitzer nimmt, ohne hinzusehen, zwei Pflanzen gleichzeitig vom Tisch. Die Wahrscheinlichkeit, dass er dabei zwei Rosenpflanzen der gleichen Farbe zieht, beträgt 0,5. Wie viele Pflanzen jeder Farbe waren auf dem Verkaufstisch?



M 3 Analysis I: Eine ganzrationale Kurvenschar untersuchen

Gegeben ist die Funktionenschar

$$f_t(x) = -\frac{1}{18}x^4 + \frac{t}{3}x^3, t \in \mathbb{R}^+$$

- Zeichnen Sie die Graphen zu f_1 und $f_{0,5}$ in einem sinnvollen Bereich so genau wie möglich in *ein* Koordinatensystem (LE = 1 cm auf beiden Achsen). Diskutieren Sie dafür zunächst die allgemeine Funktion. Weisen Sie dabei nach, dass die Graphen der Schar einen Sattelpunkt im Ursprung haben und für $t \neq 0$ einen weiteren *echten* Wendepunkt in $W(3t | 4,5t^4)$.
- Bestimmen Sie die Ortslinie der Hochpunkte der Schar.
Zeichnen Sie deren Graph ebenfalls in das vorhandene Koordinatensystem ein.
- Die Tangente an $W(3t | 4,5t^4)$ bildet mit den Koordinatenachsen ein Dreieck.

Berechnen Sie, für welchen Parameter t der Flächeninhalt dieses Dreiecks genau zehn Flächeneinheiten besitzt.

Reihe 6	Verlauf	Material S 6	LEK	Glossar	Lösungen
---------	---------	-----------------	-----	---------	----------

M 8 Stochastik III: Gedanken lesen



Foto: Pixelio

Fahin, der Gedankenleser

Fahin behauptet, Gedanken lesen zu können. Überprüfen Sie diese Behauptung anhand der folgenden Versuchsanordnung:

Aus 9 verschiedenen Karten zieht ein Helfer zufällig eine Karte. Er soll dann seine Gedanken auf das Kartenbild, das er sieht, konzentrieren. Fahin hat die Aufgabe, die ausgewählte Karte zu nennen, ohne sie gesehen zu haben. Der Versuch wird mehrfach wiederholt, wobei der Helfer die ausgewählte Karte stets zurücklegt.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass jemand in acht Versuchen mindestens sechsmal danebenliegt, weil er nur rät.
- Erreicht Fahin in 10 Versuchen mindestens 5 Treffer, so will man ihm die besondere Begabung, Gedanken lesen zu können, zuschreiben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man ihm die besondere Begabung zuschreibt, obwohl er nur rät?
- Fahin behauptet sogar, dass er eine zufällig ausgewählte Karte mit der Wahrscheinlichkeit $p = 0,6$ richtig benennen könne.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er beim oben (b) beschriebenen Test scheitert, obwohl er die behauptete Fähigkeit tatsächlich besitzt?



M 9 Analysis III: Eine Feige

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = 3 - x + 2\sqrt{x}$$

- Legen Sie (begründet!) den größtmöglichen Definitionsbereich der Funktion fest. Der Graph der Funktion besitzt genau eine Nullstelle N . Berechnen Sie diese Nullstelle.
- Vom Funktionsgraphen und der x -Achse wird die Fläche A_f eingeschlossen (vgl. Bild). Berechnen Sie diese Fläche.

Berechnen Sie die Fläche A_D des Dreiecks $\triangle OHN$, wobei H den Hochpunkt des Funktionsgraphen bezeichne.

Man sagt, dass die Dreiecksfläche die Fläche A_f gut annähert, wenn sie um höchstens 1 % von A_f abweicht. Ist A_D in diesem Sinne eine gute Näherung für A_f ?

- Die oben berechnete Fläche A_f rotiere um die x -Achse (und besitze damit große Ähnlichkeit mit einer liegenden Feige). Berechnen Sie das Volumen dieser Frucht.
- Entwickeln Sie um den Hochpunkt ein Taylor-Polynom $p_4(x)$ 4. Grades. Ab welchem x -Wert weicht dieses Polynom von der Originalfunktion um mehr als 10 % ab?



Foto: Pixelio

Die Feige zählt zu den ältesten Nutzpflanzen und wird im gesamten Mittelmeergebiet angebaut.

