

II.C.23

Stochastik

Wahrscheinlichkeit anhand des Dodekaeders – Würfelglück in *Dungeons & Dragons* und Co.

Nach einer Idee von Günther Weber

Mit Illustrationen von Mona Hitznauer



© Foto: Tim Ives/Netflix

Pen-&-Paper-Rollenspiele wie *Dungeons & Dragons* erfreuen sich bei Jugendlichen großer Beliebtheit. Als das Spiel der „Nerds“ findet es diverse popkulturelle Verweise beispielsweise in den Serien *Stranger Things* oder *The Big Bang Theory*. Würfel sind hier beim Ausführen von Aktionen von entscheidender Bedeutung. Anders als bei Würfelspielen wie *Mensch ärgere Dich nicht* existieren dabei mehr und vielfältigere Würfel als nur der sechsseitige. Damit wird die Wahrscheinlichkeit für bestimmte Ereignisse noch interessanter. Dieser Beitrag motiviert daher mit einem hohen Grad an Schülerorientierung und vielfältigen Aufgaben im Speziellen mit Fokus auf den 12-seitigen Würfel, den Dodekaeder.

KOMPETENZPROFIL



Klassenstufe:

Sek. II

Dauer:

3 Unterrichtsstunden (Minimalplan 1)

Inhalt:

Mengenoperationen bei Ereignismengen, Baumdiagramme, Laplace-Wahrscheinlichkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Übergangsdiagramm und Übergangsmatrix, Bernoulli-Experiment, faires Spiel

Kompetenzen:

mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Bi = Bildimpuls; Tk = Tippkarte; Tx = Text

Planung für 2–3 Stunden

Einstieg

M 1 (Bi) *Dungeons & Dragons, Stranger Things, Big Bang Theory* und das entscheidende Würfelglück



Benötigt:

- ☐ Ggf. Computer/Beamer/Whiteboard für Videos
- ☐ OH-Projektor bzw. Dokumentenkamera/Beamer/Whiteboard
- ☐ Folienkopie bzw. digitale Fassung von **M 1**

Erarbeitung/Ergebnissicherung

M 2 (Ab, Tx) Würfel bei *Pen-&Paper*-Rollenspielen

M 3a (Ab) Bastelvorlage Dodekaeder

M 3b (Ab) Bastelvorlage Dodekaeder



Benötigt:

- ☐ Ggf. Würfel (W4, W6, W8, W10, W12, W20, W100)
- ☐ Schere, Kleber, Papier
- ☐ Ggf. GeoGebra-Dateien und Handy/Computer/Notebook

Übung

M 4 (Ab) Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung anhand des Dodekaeders

M 5 (Tk) Spickzettel



Benötigt:

- ☐ Ggf. Handy/Computer/Notebook
- ☐ Ggf. Würfel zur Anschauung
- ☐ Taschenrechner

Lösung

Die **Lösungen** zu den Materialien finden Sie ab Seite 23.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für eine Stunde mit den folgenden Materialien:



M 1 (Bi)

Dungeons & Dragons, Stranger Things, Big Bang Theory und das entscheidende Würfelglück

M 2 (Ab, Tx)

Würfel bei *Pen-&Paper*-Rollenspielen



M 4 (Ab)

Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung anhand des Dodekaeders

gezielt ausgewählte Aufgaben/Aufgaben als Hausaufgabe

Benötigt:

- ☐ Ggf. Handy/Computer/Notebook/Beamer/Whiteboard für Videos und *LearningApps*
- ☐ OH-Projektor bzw. Dokumentenkamera/Beamer/Whiteboard
- ☐ Folienkopie bzw. digitale Fassung von **M 1**
- ☐ Ggf. Würfel zur Anschauung
- ☐ Taschenrechner

Erklärung zu den Symbolen

	Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.	
	einfaches Niveau	mittleres Niveau
		schwieriges Niveau
	Zusatzaufgaben	Alternative
		<i>LearningApps</i>

Einstieg: *Dungeons & Dragons*, *Stranger Things*, *Big Bang Theory* und das entscheidende Würfelglück

M 1



„*Dungeons & Dragons: Ehre unter Dieben*“ (Erscheinungsjahr 2023) ist ein Fantasy-Abenteuer-Film, der in thematischer Anlehnung an das gleichnamige Rollenspiel produziert wurde.

Das Rollenspiel *Dungeons & Dragons* wurde erstmals 1974 in den Vereinigten Staaten erfolgreich vertrieben und gilt als erstes *Pen-&Paper*-Rollenspiel. Als das Spiel der „*Nerds*“ findet es diverse popkulturelle Verweise beispielsweise in den Serien *Stranger Things* oder *The Big Bang Theory*.



© RAABE 2022

© Behavior Worldwide Production/Silver Pictures/Sweetpea Entertainment

© Steven V. Silver/CBS

© Tim Ives/Netflix

M 2

Erarbeitung: Würfel bei *Pen-&Paper*-Rollenspielen

Haben Sie schon mal ein *Pen-&Paper*-Rollenspiel gespielt?

Dann wissen Sie bestimmt, dass neben „Pen“ und „Paper“ auch Würfel eine besondere Rolle spielen. Anders als beispielsweise beim *Mensch-ärgere-Dich-nicht*-Spiel gibt es hier viel mehr Würfel als den klassischen sechsseitigen. Der wichtigste Würfel in D & D ist der W20, wobei W für „Würfel“ steht und die 20 die Anzahl der Seiten angibt. Darüber hinaus zählen auch noch der W12, der W10, der W8, der W6, der W4 und der W100 zum Standard-Repertoire.

W4	W6	W8
		
Tetraeder	Hexaeder	Oktaeder

© colourbox

Die Würfel werden fast jedes Mal verwendet, wenn die Spielenden oder die Spielleitung eine Aktion ausführen will. Man würfelt und wenn die Zahl hoch genug ist, kann die Aktion ausgeführt werden, gut ausgehen, schlecht ausgehen oder verschiedenste Auswirkungen haben. Die Schwierigkeit oder Wahrscheinlichkeit, etwas zu machen, ist direkt mit einem bestimmten Würfel verbunden. Mit dem W20 werden in den meisten Regelwerken die Fertigkeiten ausgespielt. Meist werden mit einem W6 die Charakter-Attribute zu Anfang des Spiels und der Schaden ausgewürfelt. Auch W4, W8 und W12 dienen der Schadensberechnung.

W10	W12	W20	W100
			
Trapezoeder	Dodekaeder	Ikosaeder	Trapezoeder

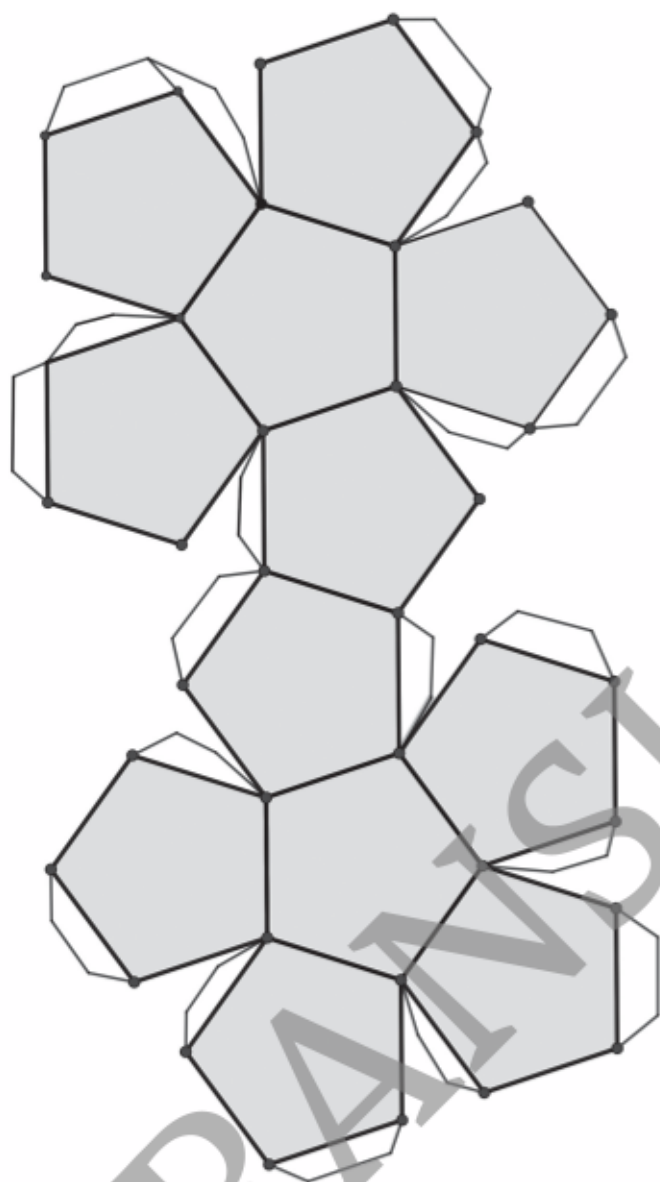
© colourbox

Da man nie genug Würfel für die Schadensberechnung haben kann, kommt mit dem W10 noch einer für diese Funktion hinzu. Doch der Würfel hat eine Besonderheit: Mit ihm wird der Schaden meist prozentual berechnet, behilflich dabei ist ihm der W100. Der W100 hat auf jeder Seite eine gerade Zehnerstelle stehen. Zusammen mit dem W10 lassen sich so die 100 % bei einem Wurf erreichen. Neben der prozentualen Schadensberechnung gibt es also auch hier noch viele Einsatzbereiche wie die Aufteilung von Besitztümern im Spiel.

M 3a



Erarbeitung: Bastelvorlage Dodekaeder



Grafik: Günther Weber

Aufgabe 1

Schneiden Sie das vorliegende Netz **aus**.

Falten und **kleben** Sie es so, dass ein Dodekaeder entsteht.

Beschriften Sie die Fünfecke mit den Zahlen 1 bis 12 so, dass die Summe der Zahlen gegenüberliegender Fünfecke gleich 13 ist.

Aufgabe 2

Wählen Sie einen weiteren Würfel, dessen Körpernetz Sie **zeichnen** und anschließend **basteln**.

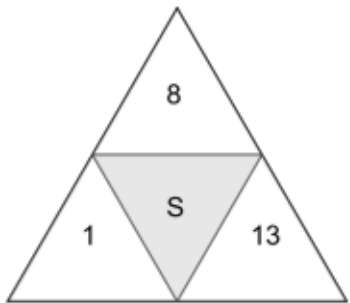
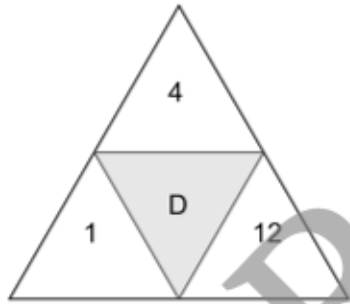
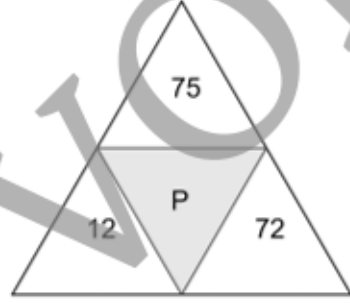
Tipp

Es ist günstig, schon zu Beginn die Zahlen auf das Körpernetz und nicht erst am Ende auf den fertigen Würfel zu schreiben.

Aufgabe 4

Pauline benutzt zwei faire Dodekaeder, um eine spezielle Art von Bingo, ein sogenanntes Dreiecksbingo, zu spielen. Hierbei ist ein gleichseitiges Dreieck in vier kongruente Dreiecke unterteilt. Im Mittendreieck steht ein „S“, „D“ oder „P“, die drei anderen Dreiecke sind mit Zahlen beschriftet (siehe z. B. Aufgabenteil 4a). Der Buchstabe gibt an, ob die Summe, der Betrag der Differenz oder das Produkt der beiden Zahlen der Dodekaeder gebildet werden soll. Beim Spiel werden die beiden Dodekaeder geworfen und, abhängig vom Buchstaben des „Bingodreiecks“, die Summe, der Betrag der Differenz oder das Produkt gebildet. Stimmt das Ergebnis mit einer der Zahlen auf dem entsprechenden „Bingodreieck“ überein, so wird die Zahl gestrichen. Dies geschieht so lange, bis alle Zahlen gestrichen sind oder eine zuvor festgelegte Anzahl an Würfeln erreicht wurde. Wurden nicht alle Zahlen gestrichen, so gewinnt die Person, die die meisten Zahlen gestrichen hat.

a) **Begründen** Sie, dass man bei folgenden „Bingodreiecken“ nie alle Zahlen streichen kann.

Begründung:	
	
	
	

Grafik: Günther Weber

b) Es sei X die Summe bzw. Y der Betrag der Differenz der beiden geworfenen Dodekaeder.

Bestimmen Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für X und Y . **Legen** Sie hierzu auf einem Extra-Blatt entsprechende Tabellen an.

Tippkarte: Spickzettel

M 5

Dodekaeder



Das Dodekaeder

Das Dodekaeder ist ein Körper, der aus **12 regelmäßigen Fünfecken** gebildet wird.
 Das Dodekaeder hat **30 Kanten**, **12 Flächen** und **20 Eckpunkte**.
 Das Dodekaeder hat einen Mittelpunkt. Er ist das **Symmetriezentrum**.

Mengenoperationen

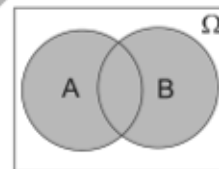
Gegenereignis/Komplementärmenge

Die Komplementärmenge $\bar{A}$ umfasst alle Elemente aus einer gegebenen Ergebnismenge Ω , die nicht zur Menge A gehören.



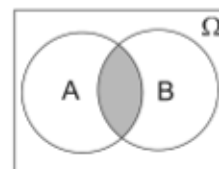
Vereinigungsmenge

Die Vereinigungsmenge $A \cup B$ enthält alle Elemente, die entweder nur zur Ereignismenge A, zu A und gleichzeitig zu B oder nur zur Ereignismenge B gehören. Die Vereinigungsmenge entspricht damit **nicht dem sprachlichen, sondern dem logischen ODER**.



Schnittmenge

Die Schnittmenge $A \cap B$ enthält alle Elemente, die zur Ereignismenge A und zur Ereignismenge B gehören. Die Schnittmenge entspricht damit dem sprachlichen und logischen UND.



Grafiken: Mona Hitznauer