

III.A.19

Fachübergreifender Unterricht

Demokratiebildung im Mathematikunterricht – Gerrymandering und Wahlkreisanalyse

Redaktion Mathematik



© imago images/NurPhoto

„Gerrymandering is illegal, but only mathematicians can prove it“, titelt die Zeitschrift Wired am 16. April 2017. Diese Unterrichtseinheit verdeutlicht die mathematischen und ethischen Aspekte des im amerikanischen Wahlsystem bedeutenden Gerrymandering. Dabei regt sie die Lernenden zur kritischen Reflexion über Wahlgerechtigkeit auch in sich selbst bezeichnenden demokratischen Systemen an. Nutzen Sie das Material, um Demokratiebildung und interkulturelles Lernen fächerübergreifend zu fördern. Zeigen Sie auf, wie Mathematik auch in Gesellschaft und Politik eine Rolle spielt.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	7–9
Dauer:	2–3 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), mathematische Darstellungen verwenden (K4), kommunizieren (K6)
Inhalt:	Datenauswertung, Säulendiagramm, Flächeninhalt, Umfang, Demokratiebildung, Gerrymandering, interkulturelles Lernen



Auf einen Blick

Planung für 2 Stunden

Einstieg

M 1 Proteste

Erarbeitung

M 2 "Redistricting" – Neueinteilung der Wahlbezirke
M 3 Was ist Gerrymandering?
M 4 Einfache Simulation von Gerrymandering
M 5 Rollenspiel zur Fairness von Wahlbezirken
M 6 Warum braucht man Mathematik, um Gerrymandering zu beweisen?
M 7 Die Polsby-Popper-Methode zur Bewertung der Kompaktheit eines Wahlkreises

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann lassen Sie das Rollenspiel aus **M 5** weg. Hängen Sie dann aber die Reflexion, die sich ursprünglich ans Rollenspiel angeschlossen hätte, unbedingt an **M 4** an. Die Recherche zu **M 3** und das Material **M 6** können auch gut aus dem Präsenzunterricht ausgelagert und als Hausaufgabe aufgegeben werden.

M 1

Proteste



© imago images/ZUMA Press Wire



© imago images/NurPhoto



© imago images/UPI Photo



© imago images/ZUMA Press



© imago images/ZUMA Press Wire



© imago images/NurPhoto

„Gerrymandering is illegal, but only mathematicians can prove it“ – Wired¹

Impulsfragen

Für oder gegen was protestieren die Menschen?

In welchem Land könnten diese Proteste stattgefunden haben?

Was bedeuten die englischen Parolen auf den Plakaten auf Deutsch?

Was bedeutet das englische Zitat der Zeitschrift Wired auf Deutsch?

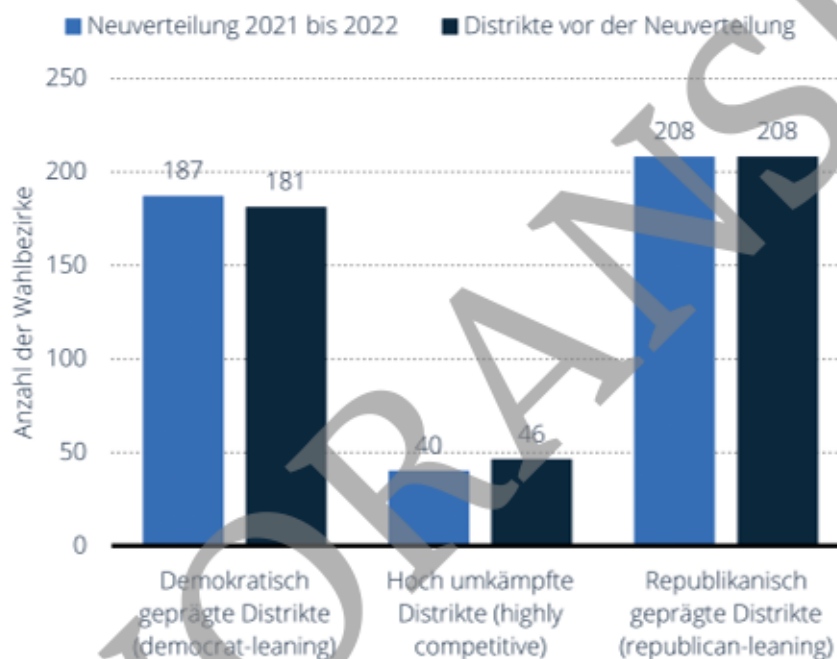
¹ Klarreich, Erica: Gerrymandering Is Illegal, but Only Mathematicians Can Prove It. Wired 2017

"Redistricting" – Neueinteilung der Wahlbezirke

M 2

Eine Volkszählung ist eine Erhebung von Daten über die Bevölkerung eines Landes. In den USA findet eine Volkszählung alle zehn Jahre statt. Auch im Jahr 2020 wurde in den USA eine nationale Volkszählung durchgeführt. Die Ergebnisse der Volkszählung werden von der US-Regierung unter anderem genutzt, um die Grenzen von Wahlbezirken für die US-Kongresswahlen neu einzuteilen. Die wahlberechtigte Bevölkerung jedes Wahlkreisbezirks bestimmt während der Kongresswahlen eine Person, die einen Sitz im Repräsentantenhaus bekommt. Die Person gehört gewöhnlich einer Partei an. Die zwei großen konkurrierenden Parteien in den USA sind die Demokraten und die Republikaner. Andere kleinere Parteien spielen aktuell keine große Rolle. Die Neueinteilung der Wahlbezirke hat einen starken Einfluss auf die Mehrheitsverteilungen dieser Parteien im Kongress und somit darauf, wer das meiste Sagen hat. Da die Neueinteilung nur alle zehn Jahre stattfindet, ist dies noch bedeutsamer. Die Neueinteilung auf Grundlage der Volkszählung von 2020 wurde Ende Juni 2022 abgeschlossen. Aufgrund von Vorwürfen des illegalen Gerrymanderings wurde vor Gerichten teilweise Einspruch gegen diese Neueinteilung erhoben.

Neueinteilung der Wahlbezirke für US-Kongresswahlen 2022



© FiveThirtyEight/statista. <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/1321914/umfrage/neueinteilung-der-wahlbezirke-fuer-us-kongresswahlen/>

Aufgabe

Betrachte das Diagramm.

Wie hat sich die Neueinteilung der Wahlbezirke auf das Verhältnis zwischen Republikanern und Demokraten ausgewirkt? Und wie leicht ist es mit diesen Zahlen für die einzelnen Parteien, eine Mehrheit (mehr als 50 %) der Distrikte für sich zu gewinnen? **Erläutere**.

Einfache Simulation von Gerrymandering

M 4

In einer Stadt gibt es 50 000 Wahlberechtigte. Die Stadt ist in fünf Wahlbezirke unterteilt, und es gibt zwei Parteien: die Partei „A“ und die Partei „B“.

In den fünf Wahlbezirken sind die wählenden Personen wie folgt verteilt:

Wahlbezirk	Personen wählen Partei A	Personen wählen Partei B
Bezirk 1	3000	4000
Bezirk 2	5000	4000
Bezirk 3	3000	5000
Bezirk 4	6000	8000
Bezirk 5	5000	4000

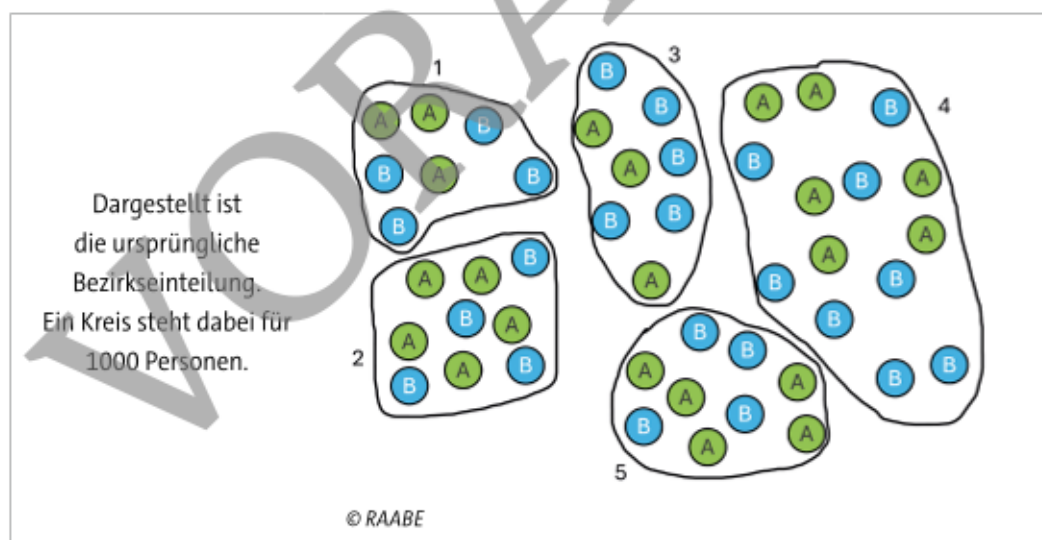
Aufgabe 1: Wahlgewinn ermitteln

- Bestimme**, wie viele Bezirke Partei „A“ und wie viele Partei „B“ gewinnen würde, wenn die Bezirke so belassen werden. Beachte dabei, dass die Partei einen Bezirk gewinnt, die die Mehrheit, also mehr als 50 % der Stimmen, in diesem Bezirk hat.
- Bestimme** den Gesamtsieg basierend auf der Anzahl der Bezirke, die jede Partei gewinnt.

Aufgabe 2: Manipulation durch Gerrymandering

- Überlege**, wie du die Bezirksgrenzen so anpassen könntest, dass Partei „A“ trotz weniger Stimmen mehr Bezirke gewinnt. **Nutze** dabei eine der Hauptmethoden des Gerrymanderings.
- Erstelle** eine neue Verteilung und **begründe** deine Änderungen.

Aufgabe 3: Visualisierung



Zeichne neue mögliche Bezirksgrenzen ein, die Partei „A“ bevorzugen.

Warum braucht man Mathematik, um Gerrymandering zu beweisen?

M 6

Gerrymandering ist manchmal leicht zu erkennen: Wenn die Grenzen sehr seltsam aussehen, ist das etwa ein Hinweis darauf, dass hier gezielt die Grenzen so gezogen wurden, dass es einen Vorteil gibt. Das war zum Beispiel 1812 der Fall: In Massachusetts hatte der Gouverneur Elbridge Gerry einen Bezirk so verrückt eingeteilt, dass er an einen Drachen oder Salamander erinnert. Also definitiv nicht so, wie man sich eine natürliche Grenzziehung vorstellen würde. Nach dem Gouverneur wurde deswegen auch diese Vorgehensweise „Gerrymandering“ benannt.

Doch es ist eine Sache, zu sagen, dass verrückt aussehende Bezirke verdächtig sind, und eine andere Sache, genau zu sagen, was verrückt aussehend bedeutet.

Wie soll man entscheiden, welche Form der Bezirkseinteilung noch in Ordnung ist und wann sie zu verrückt ist? Und genau hierbei ist man auf die Mathematik angewiesen.

Personen mit mathematischen Fachkenntnissen müssen nun Modelle ausarbeiten und bewerten. Diese Modelle sollen den Gerichten ein Fundament geben, zu entscheiden, ob die Grenzziehung legal oder illegal ist.¹



wikimedia commons, gemeinfrei

Aufgabe

Lies den Text.

Erläutere, was schwierig daran ist, zu beurteilen, ob es sich um illegales Gerrymandering handelt oder nicht, und welche Rolle Personen mit mathematischen Fachkenntnissen dabei spielen.

1 Klarreich, Erica: Gerrymandering Is Illegal, but Only Mathematicians Can Prove It. Wired 2017 <https://www.wired.com/2017/04/gerrymandering-illegal-mathematicians-can-prove/>

M 7

Die Polsby-Popper-Methode zur Bewertung der Kompaktheit eines Wahlkreises

Die Polsby-Popper-Methode (auch Polsby-Popper-Maß) ist eine von vielen mathematischen Möglichkeiten, um zu bestimmen, ob Wahlkreise künstlich "zerfasert" wurden. Dies hilft zu beurteilen, ob Wählende gezielt gruppiert wurden, mit dem Zweck, das Ergebnis zu manipulieren (Gerrymandering). Die Methode setzt die Fläche eines Wahlkreises in Beziehung zu seinem Umfang.

Die Formel lautet: $\frac{4\pi \cdot A}{U^2}$

Das Ergebnis liegt zwischen 0 und 1.

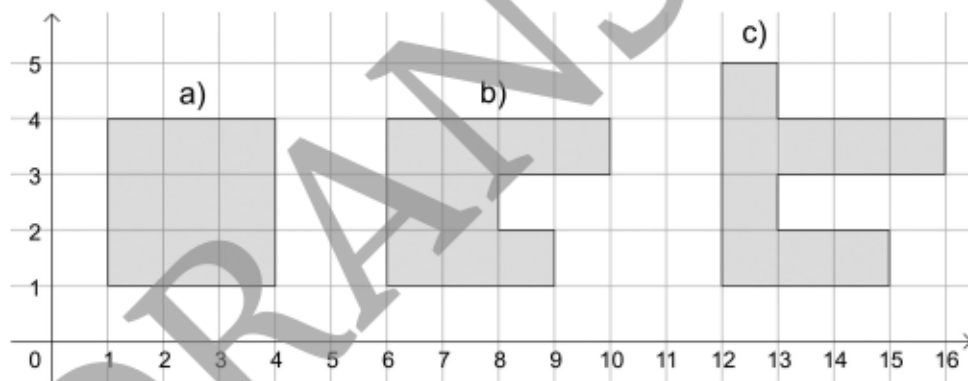
1 entspricht einem perfekten Kreis (höchste „Kompaktheit“ = geringste „Zerfaserung“). Werte nahe 0 weisen auf eine sehr unregelmäßige, zerfaserte Form hin, was ein Hinweis für manipuliertes Gerrymandering sein kann.

Aufgabe 1

Es wird behauptet, dass für jeden Kreis gilt $\frac{4\pi \cdot A}{U^2} = 1$. **Beweise.**

Aufgabe 2

In der Mathematik wurde bereits bewiesen, dass für alle anderen Figuren mit Flächeninhalt A und Umfang U der Wert $\frac{4\pi \cdot A}{U^2}$ kleiner als 1 ist. **Überprüfe** dies an den folgenden Beispielen und **beschreibe**, was dir auffällt.



Aufgabe 3

Öffne die GeoGebra-Datei <https://raabe.click/qqb-iiia19-m7a3>.

Du kannst die gelben Punkte verschieben, so die geometrische Form verändern und damit beliebige Figuren erschaffen. Angezeigt werden dir dabei der Umfang, die Fläche und das Polsby-Popper-Maß. **Verdeutliche** dir damit noch einmal die Bedeutung des Polsby-Popper-Maßes für die Kompaktheit eines Wahlkreises.

Zusatzinfo

In der Medizin existiert ein "modifizierter Polsby-Popper-Score" (MPP), der zur Analyse von Tumorausbreitungen verwendet wird. Du siehst: Mathematik ist in vielen Lebensbereichen wichtig!