

Vom Zufall bestimmt – Stochastik mit Geometrie und Analysis

von Alfred Müller



© ra3rn/Stock/Getty Images Plus/Getty Images

Viele Erscheinungen unserer Wirklichkeit lassen sich nicht rein kausal erklären, sondern sind auch vom Zufall bestimmt. Für ihre Beschreibung und Beurteilung stellen die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die mathematische Statistik geeignete Modelle und Verfahren bereit. In dieser Aufgabensammlung wird demonstriert, dass sich die Stochastik mühelos in Verbindung mit der Geometrie und der Analysis setzen lässt.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek I/II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schülern und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Andreas Bentschler
Satz: Röser MEDIA GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildnachweis-Titel: ra3rn/Stock/Getty Images Plus/Getty Images
Illustrationen: Mona Hitzzenauer
Korrektorat: Dr. rer. Nat. Yvonne Raden

Aufgaben

A Wahrscheinlichkeitsrechnung und Geometrie I

1. In der Zahlenebene \mathbb{R}^2 sei M die Menge aller Punkte, deren Koordinaten beide ganzzahlig sind. Eine Münze vom Durchmesser $d = 1$ LE wird zufällig auf die Ebene geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bedeckt die Münze einen Punkt von M ?
2. Innerhalb eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge $s = 3$ LE wird ein Punkt zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass seine Entfernung zu irgendeiner der Ecken größer als 1 LE ist?

B Wahrscheinlichkeit und Geometrie II

Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über einer dreielementigen Grundmenge besitze die Wahrscheinlichkeiten p_1 , p_2 und p_3 . Zeigen Sie, dass diese Wahrscheinlichkeiten geometrisch als die Abstände eines Punktes, der im Inneren oder auf dem Rand eines gleichseitigen Dreiecks mit der Höhe 1 liegt, von den Seiten des Dreiecks beschrieben werden kann.

C Wahrscheinlichkeitsrechnung und Analysis: Reiselust

Als Herr Reising von einer Reise nach R zurückkehrt, war er so begeistert, dass er sich vornahm, dieses Ziel nochmals zu besuchen. Allerdings sank die Wahrscheinlichkeit eines neuerlichen Besuches von R im Laufe von n Jahren auf e^{-nc} ab, insbesondere betrug diese Wahrscheinlichkeit nach fünf Jahren noch 95,1 %. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Herr Reising im Verlauf von 40 Jahren nach seiner ersten Reise R noch nicht wieder besucht hat?