

Einseitiger Signifikanztest – Schritt für Schritt

Mona Hitznauer



© Sven Scheuermeier/Wikimedia Commons/public domain, Paul Brennan/Wikimedia Commons/public domain, Daronk Hordumrong/iStock/Getty Images Plus (Ausschnitt)

„Signifikanztests sind kompliziert!“, „Ich verstehe den Text nicht!“, „Das sind so viele Zahlen und Begriffe“, „Ich weiß gar nicht, wo ich anfangen soll!“ Kennen Sie solche Aussagen von Ihren Schülern und Schülerinnen? Stellen Sie sich gemeinsam dieser Herausforderung und erarbeiten Sie sich den einseitigen Signifikanztest Schritt für Schritt.

Nach einer Wiederholung der Binomialverteilung erarbeiten sich die Lernenden der Reihe nach, was eine Hypothese ist, was es mit Hypothesentests auf sich hat, wie mit Stichproben und Zufallsgrößen gearbeitet wird und wie sie vom Signifikanzbereich auf den Annahme- und Ablehnungsbereich einer Hypothese schließen. Die Materialien beziehen die Lernenden sofort mit passenden Beispielen und Aufgaben mit ein, sodass sie gleich aktiv werden und schließlich selbst mehrere einseitige Signifikanztests durchführen können.

Einseitiger Signifikanztest – Schritt für Schritt

Oberstufe (weiterführend)

Mona Hitzenauer

Hinweise	1
M1 Wiederholung: Binomialverteilung	2
M2 Hypothesentest	3
M3 Aufstellen von Hypothesen	4
M4 Einseitige Hypothesentests	5
M5 Stichprobenumfang und Zufallsgröße	6
M6 Signifikanzniveau	7
M7 Annahme- und Ablehnungsbereich	9
M8 Vorgehen beim einseitigen Signifikanztest	10
M9 Übungsaufgaben	11
Lösungen	12

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

Schritt für Schritt, wie sie einen einseitigen Signifikanztest durchführen.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt	MB Merkblatt	TA Tafelbild
 einfaches Niveau	 mittleres Niveau	 schwieriges Niveau
 Zusatzaufgaben		

Thema	Material	Methode
Wiederholung: Binomialverteilung	M1	TA, MB, FS
Hypothesentest	M2	AB
Aufstellen der Hypothesen	M3	AB
Einseitige Hypothesentests	M4	AB
Stichprobenumfang, Zufallsgröße	M5	AB
Signifikanzniveau	M6	AB
Annahme- und Ablehnungsbereich	M7	AB
Vorgehen	M8	TA, MB
Übungsaufgaben	M9	AB, LEK

Kompetenzprofil:

Inhalt: rechts- und linksseitiger Signifikanztest, Nullhypothese, Alternativhypothese, Zufallsgröße, Binomialverteilung, Stichprobe, Signifikanzniveau, kritischer Wert, Annahme- und Ablehnungsbereich

Medien: Learning-App

Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), kommunizieren (K6)

Hinweise

Lernvoraussetzungen

Ihre Klasse kann mit Zufallsgrößen und insbesondere der Binomialverteilung umgehen. Die Lernenden bestimmen ohne Probleme Werte der (kumulierten) Verteilungsfunktion, auch mithilfe des Gegenereignisses.

Lehrplanbezug

Im Kernlernplan

<https://www.lehrplanplus.bayern.de/fachlehrplan/gymnasium/12/mathematik/regulaer>

(aufgerufen am 18.07.2023)

finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beschreiben anhand eines Beispiels das grundsätzliche Vorgehen bei einem einseitigen Signifikanztest und grenzen dabei auch die Statistik von der Wahrscheinlichkeitsrechnung ab. Sie erläutern, inwiefern die Zielsetzung des Tests die Wahl der Nullhypothese beeinflusst,
- bestimmen bei gegebenem Signifikanzniveau den Ablehnungsbereich eines einseitigen Signifikanztests.

Methodisch-didaktische Anmerkungen

M1 dient als Wiederholung, teilen Sie dieses Material aus, wenn Ihre Klasse Probleme mit der Binomialverteilung hat. Die Materialien **M2** bis **M7** bauen aufeinander auf. Die Reihenfolge sollte daher bei der Bearbeitung eingehalten werden. **M8** dient den Lernenden als Merkblatt, mit dem sie die Übungsaufgaben in **M9** bearbeiten können. **M9** dient zusätzlich für Sie als Lernerfolgskontrolle.

Zum Einsatz der Learning App

Zur Übungsaufgabe 3) im Material **M9** gibt es eine Learning-App, die die Lernenden Schritt für Schritt durch die Aufgabe führt. Die App eignet sich deshalb besonders für Leistungsschwächere oder für die gesamte Klasse, wenn Sie den einseitigen Signifikanztest erst eingeführt haben.



M1 Wiederholung: Binomialverteilung

Bernoulli-Versuch:

Zufallsexperiment hat genau zwei mögliche Ergebnisse.

Wahrscheinlichkeit p bzw. $(1-p)$ der Ergebnisse ändert sich nicht.

Perfekte Bernoulli-Versuche treten in der Wirklichkeit nicht auf. Ein Münzwurf mit den zwei Ergebnissen „Zahl“ und „Wappen“ kommt ihm aber schon sehr nahe.

Zufallsgröße:

Ordnet den möglichen Ergebnissen eines Zufallsexperiments eine Zahl zu.

Interessiert man sich etwa für das Auftreten von „Wappen“, dann ordnet man sinnvollerweise dem Ergebnis „Zahl“ die Zahl Null und dem Ergebnis „Wappen“ die Zahl Eins zu.

Wahrscheinlichkeitsverteilung:

Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der Werte der Zufallsgröße X bei n Wiederholungen des Zufallsexperiments k ist.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Im Beispiel des Münzwurfs ist das die Wahrscheinlichkeit, dass „Wappen“ bei n Wiederholungen genau k -Mal auftritt.

Kumulierte Wahrscheinlichkeitsverteilung:

Die Wahrscheinlichkeit, dass X bei n Wiederholungen kleiner oder gleich k ist.

$$P(X \leq k) = P(X = 0) + P(X = 1) + \dots + P(X = k) = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i}$$

Im Beispiel des Münzwurfs ist das die Wahrscheinlichkeit, dass „Wappen“ bei n Wiederholungen weniger oder genau k -Mal auftritt.