

## C.6.24

### Vermischte Aufgaben

## Abzählen und Mittelwerte – verschiedene Rechenaufgaben

Alfred Müller



© RAABE 2024

© AaronAmat / iStock / Getty Images Plus

Nicht nur mathematisches Verständnis, sondern auch die Fähigkeit, aus einem beschreibenden Text herauszufiltern, welche Berechnungen eigentlich nötig sind, braucht es für die Aufgaben dieses Materials. Thematisch dreht sich der erste Teil der Übungen um Fragen der Kombinatorik. Diese lösen die Schülerinnen und Schüler entweder durch ihr Wissen um Kombinationen, Permutationen oder Variationen – oder, in manchen Fällen, auch durch simples Nachdenken. Im zweiten Teil der Übungen geht es um Mittelwerte. Hier wenden die Lernenden ihr Wissen um das arithmetische, geometrische und harmonische Mittel an.

---

## KOMPETENZPROFIL

<b>Klassenstufe:</b>	10/11/12/13
<b>Kompetenzen:</b>	Analysekompetenz, mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Textkompetenz
<b>Methoden:</b>	Computer- und Softwareeinsatz, Datenauswertung, Diagramm-erstellung, Diskussion
<b>Thematische Bereiche:</b>	Kombinatorik, Permutation, Variation, Kombination, Mittelwert, arithmetisches Mittel, geometrisches Mittel, harmonisches Mittel

---

## Fachliche Hinweise

Die Schülerinnen und Schüler sind mit den Grundlagen der Kombinatorik vertraut. Sie wissen, was Permutationen, Kombinationen und Variationen mit und ohne Wiederholung sind. Doch auch wenn das nicht der Fall ist, sollten die meisten der Aufgaben im Abschnitt „Abzählen“ auch so durch bloßes Überlegen lösbar sein.

Beim Thema „Mittelwerte“ sind ihnen das arithmetische, das geometrische und das harmonische Mittel geläufig und sie können es jeweils berechnen. Da der Inhalt des Materials aus Textaufgaben besteht, sind die Jugendlichen auch in der Lage, Texte sinnerfassend zu lesen und in mathematische Konzepte zu übersetzen.

© RAABE 2024

## Auf einen Blick

---

### Abzählen und Mittelwerte – verschiedene Rechenaufgaben

M 1 Abzählen

M 2 Mittelwerte

- Benötigt:
- Formelsammlung
  - Taschenrechner
  - PC

## Abzählen

M 1

### 1. Schlösserzahl

Die Tür eines Tresorraumes soll mit einer genügend großen Anzahl von Schlössern versehen werden. Zu jedem Schloss sollen Schlüssel in genügend großer Anzahl vorhanden sein, wobei jeder Schlüssel zu genau einem Schloss gehören soll.

Fünf Personen sollen derartige Schlüssel erhalten, aber nicht jede Person für jedes Schloss. Nach einem Vorschlag soll Folgendes erreicht werden:

Immer wenn mindestens drei der fünf Personen anwesend sind, können diese mit ihren Schlüsseln alle Schlösser öffnen. Wenn hingegen weniger als drei Personen anwesend sind, haben sie für mindestens ein Schloss keinen passenden Schlüssel.

Ermitteln Sie die kleinste Anzahl von Schlössern.

### 2. Karpfenverkauf

In einem Fischgeschäft stehen zur Aufbewahrung lebender Karpfen drei Wasserbehälter zur Verfügung, in denen sich zu Verkaufsbeginn je 20 Karpfen befinden. Ein Austausch der Karpfen untereinander oder das Hinzukommen neuer Karpfen findet nicht statt. Beim Verkauf werden die Karpfen einzeln rein zufällig einem Wasserbehälter entnommen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass am Verkaufsende sich in jedem Behälter genau ein Karpfen befindet.

### 3. Autobuslinien

In einer Metropole mit vielen Sehenswürdigkeiten soll ein Netz von Buslinien eingerichtet werden, die folgende drei Bedingungen erfüllen:

- Bedingung 1: Auf jeder Linie gibt es genau drei Haltestellen.
- Bedingung 2: Jede Linie hat mit einer anderen Linie genau eine Haltestelle gemeinsam.
- Bedingung 3: Es muss möglich sein, von jeder Haltestelle aus jede andere Haltestelle mit einer Linie ohne Umsteigen zu erreichen.

### 4. Wie viele Autobuslinien muss ein Busnetz mindestens haben, um diese Bedingungen zu erfüllen? Zeichnen Sie einen Verbindungsplan.

#### Firmenparkplätze

Im Erdgeschoss des Parkhauses an der Post sollen Firmenparkplätze vermietet werden. Der Stadtrat ist dafür, dass von den zwanzig zusammenhängenden und nebeneinander liegenden Plätzen acht in Firmenparkplätze umgewandelt werden.

- a) Wie viele Verteilungsmöglichkeiten für die acht Firmenparkplätze gibt es?
- b) Wie viele der Verteilungsmöglichkeiten von Teilaufgabe a) verbleiben, wenn die acht Firmenparkplätze nebeneinanderliegen sollen?
- c) Wie viele Verteilungsmöglichkeiten gibt es, wenn man aus jeweils fünf der zwanzig Parkplätze zwei Firmenparkplätze auswählt?

5. Frieder geht heute zum Schulsportfest.
- Um sich nach den Anstrengungen stärken zu können, hat er Geld in Münzen zusammengesucht und zwar jeweils eine 1-Cent-, 2-Cent-, 5-Cent-, 10-Cent-, 20-Cent-, 50-Cent- und 1-€-Münze. Jetzt überlegt er, wie viele Möglichkeiten er besitzt, diese Münzen auf seine beiden Hosentaschen zu verteilen.  
Können Sie helfen?
  - Mit seinen fünf Freunden will er den 75-m-Lauf bestreiten.  
Er behauptet, falls außer ihnen niemand an dem Lauf teilnimmt, gäbe es innerhalb ihrer Gruppe für die Verteilung der „Medaillen“, d. h. für den Einlauf auf den Plätzen 1, 2 und 3, insgesamt  $3 \cdot 6 = 18$  Möglichkeiten.  
Hat er recht?
  - Am Ende des Festes verabschieden sich die sechs Freunde jeweils mit einem Händedruck. Geben Sie an, wie oft Hände geschüttelt werden.
6. Herbst. Im Garten haben die fünf Obstbäume bereits ihr Laub verloren. Ute und Wolfi beobachten drei Krähen, die sich einen Platz auf den Bäumen suchen.
- Ute sagt: „Ich kann die Krähen nicht unterscheiden.“ Wie viele Möglichkeiten haben aus der Sicht von Ute die drei Krähen sich einen Platz zu suchen?
  - Wolfi sagt: „Die Krähen sind sehr wohl zu unterscheiden.“ Wie viele unterschiedliche Platzmöglichkeiten gibt es für die drei Krähen jetzt?
7. Familie Großmann hat drei Kinder. Wie viele Möglichkeiten der Verteilung nach Jungen und Mädchen sind möglich, wenn
- nichts weiter bekannt ist,
  - das erste Kind ein Junge ist,
  - die letzten beiden Kinder Mädchen sind?
8. Johannes gehört einer Klasse mit 25 Schülern an. Heute sollen der erste und der zweite Klassensprecher gewählt werden. Wie viele Wahlmöglichkeiten gibt es, wenn jeder der Schüler für den ersten bzw. für den zweiten Klassensprecher
- jeweils einen anderen Schülernamen aufschreibt,
  - statt eines Schülernamens auch einen leeren Platz lässt?
9. In einer Pension sind noch sechs Zimmer frei. Wie viele Möglichkeiten hat die Pensionswirtin, drei Gäste unterzubringen, wenn die Zimmer Dreibett- bzw. Zweibett- bzw. Einbettzimmer sind und die Wirtin die Gäste
- unterscheidet bzw.
  - nicht unterscheidet?