Abiturvorbereitung Analysis – Differenzieren und Integrieren verschiedener Funktionen und Funktionenscharen

Ein Beitrag von Alfred Müller

© Tomekbudujedomek / Moment / Getty Images Plus

Dieser Beitrag bietet sechs Übungstests, mit denen sich die Schülerinnen und Schüler auf das schriftliche Abitur vorbereiten können. Im Zuge der Aufgaben befassen sich die Schülerinnen und Schüler mit rationalen und gebrochenrationalen Funktionen sowie Exponential- und Logarithmusfunktionen. Im Rahmen von Kurvendiskussionen bestimmen sie Nullstellen, Extremstellen und Wendepunkte, wenden Ableitungsregeln an und berechnen per Integral Flächeninhalte.

RAABE, KLASSE SCHULE

Abiturvorbereitung Analysis – Differenzieren und Integrieren verschiedener Funktionen und Funktionenscharen

Ein Beitrag von Alfred Müller

M1 Polynome	1
M2 Funktionenschar und abschnittsweise definierte Funktion	2
M3 Gebrochenrationale Funktion und Logarithmus	3
M4 Exponentialfunktion	4
M5 Exponentialfunktion und Logarithmus I	5
M6 Exponentialfunktion und Logarithmus II	6
Bewertungsschlüssel	7
Lösungen	8

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

ihr Wissen und ihre Kenntnisse in abiturrelevanten Aufgaben anzuwenden. Da sowohl eine Zeitvorgabe als auch ein Beurteilungsschlüssel enthalten ist, können die Jugendlichen ihre Fähigkeiten unter realistischen Bedingungen erproben.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:
AB Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Kurvendiskussion	M1–M6	AB
Ableitung	M1–M6	AB
Integrieren	M1–M6	AB
Polynom	M1	AB
Koeffizientenbestimmung	M1	AB
Rationale Funktion	M1, M2	AB
Abschnittsweise definierte Funktion	M2	AB
Funktionenschar	M2	AB
Bestimmung der Definitionsmenge	M2, M3, M5, M6	AB
Gebrochenrationale Funktion	M3	AB
Exponentialfunktion	M4–M6	AB
Logarithmus	M5, M6	AB

Kompetenzprofil:

Inhalt: Integrieren, Differenzieren, Definitionsmenge, Definitionsbereich, Kurvendiskussion, Funktionen, Funktionenschar, Koeffizientenbestimmung, Polynom, rationale Funktion, abschnittsweise definierte Funktion, Exponentialfunktion, Logarithmus, Extrema, Wendepunkte, Nullstellen, Graphen, Flächenberechnung

Medien: GTR

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Polynome

M1

1. Der Graph G_f der in $D_f = \mathbb{R}$ definierten Funktion f mit der Gleichung $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ besitzt in $N(-3|0)$ einen Schnittpunkt mit der x-Achse und im Punkt $P(1|y_P)$ eine Tangente t mit der Gleichung $t: y = 3x + 1$.
   a) Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung $y = f(x)$. **[6 BE]**
   b) Berechnen Sie die Koordinaten der Hoch- und Tiefpunkte sowie die x-Koordinaten der Wendepunkte des Graphen G_f. **[6 BE]**
   c) Untersuchen Sie den Graphen G_f auf Symmetrie. **[3 BE]**
   d) Zeichnen Sie den Graphen G_f im Intervall $I = [-3,5; 3,5]$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. Verwenden Sie auf der x-Achse: 1 LE = 2 cm und auf der y-Achse: 1 LE = 1 cm. **[5 BE]**
   e) Berechnen Sie die Maßzahl A der Fläche, die der Graph G_f mit der x-Achse einschließt. **[4 BE]**

2. Der Graph G_g der Parabel g mit $g(x) = dx^2 + ex + f$ ist symmetrisch zur y-Achse und besitzt die gleichen Nullstellen wie der Graph G_f.
   a) Bestimmen Sie zunächst die Formvariablen e und f in Abhängigkeit von d. Danach bestimmen Sie d, sodass die weiteren Schnittpunkte der Graphen G_f und G_g bei $x = \pm 1$ sind. **[6 BE]**
   b) Zeichnen Sie für $d = -\frac{1}{2}$ den Graphen der Funktion g mit $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}$ in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 1d) und berechnen Sie dann den Inhalt A' des Flächenstücks zwischen den beiden Graphen G_f und G_g, das komplett im 2. Quadranten liegt. **[6 BE]**

3. Gegeben ist die Funktionenschar G_c mit der Gleichung $G(x) = -\frac{1}{20}x^5 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{9}{4}x + c$. Zeigen Sie, dass sie die Menge aller Stammfunktionen zur Funktion f ist. Begründen Sie, dass es zu jedem $c \in \mathbb{R}$ mindestens einen Wert $u \in \mathbb{R}$ so gibt, dass die Integralfunktion $F_u: x \mapsto F_u(x) = \int_u^x f(t)\,dt$ mit G_c übereinstimmt. **[4 BE]**

Arbeitszeit: 50 Minuten **Gesamt: [40 BE]**