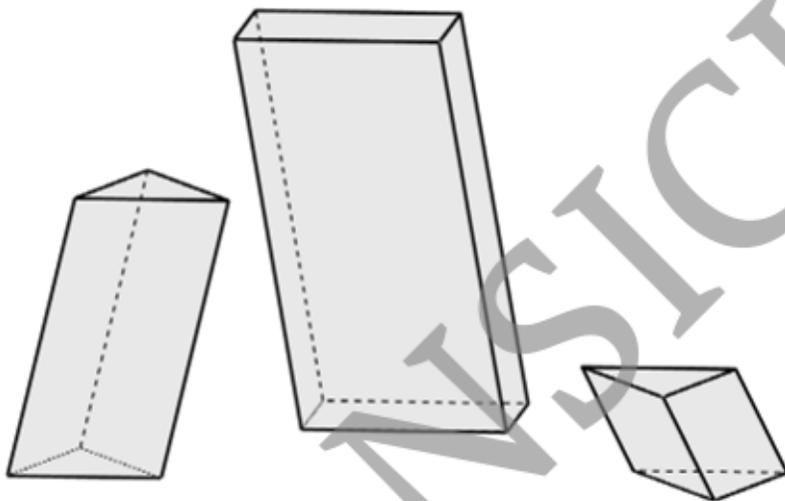


Schiefe Prismen

Ein Beitrag von Alfred Müller



Grafik: Günter Gerstbrein

In mehreren Aufgaben untersuchen die Schülerinnen und Schüler schiefe Prismen in einem dreidimensionalen Koordinatensystem. Indem sie mithilfe vorgegebener Koordinaten fehlende Punkte bestimmen und die zu untersuchenden Körper skizzieren, trainieren sie gleichzeitig ihr räumliches Vorstellungsvermögen. Ferner bestimmen die Jugendlichen Abstände und Winkel und berechnen Oberflächen und Volumina.

Schiefe Prismen

Oberstufe (grundlegend)

Ein Beitrag von Alfred Müller

M1 Aufgaben

1

Lösungen

3

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

- fehlende Punkte von Prismen auf Basis vorgegebener Koordinaten zu bestimmen,
- Ebenen- und Geradengleichungen aufzustellen,
- Winkel zwischen Geraden und Ebenen zu berechnen,
- Oberflächen von Prismen zu berechnen,
- Volumina von Prismen zu berechnen,
- Lagebeziehungen zwischen beliebigen Punkten und einem Prisma zu ermitteln.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Dreieitiges Prisma	M1, Aufgaben 1, 2	AB
Vierseitiges Prisma	M1, Aufgabe 3	AB
Ergänzung fehlender Punkte eines Prismas	M1, Aufgaben 1–3	AB
Volumen	M1, Aufgaben 1–3	AB
Fläche	M1, Aufgaben 2, 3	AB
Winkel zwischen Kanten	M1, Aufgabe 1	AB
Winkel zwischen Kante und Fläche	M1, Aufgaben 2, 3	AB
Pyramide innerhalb des Prismas	M1, Aufgabe 2	AB

Kompetenzprofil:

Inhalt: Schiefes Prisma, dreieitiges Prisma, vierseitiges Prisma, Fläche, Oberfläche, Volumen, Gerade, Ebene, Winkel, Pyramide, Punkte ergänzen

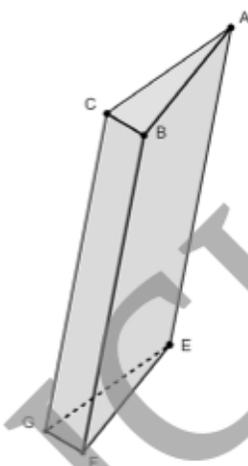
Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), Kommunizieren (K6)

Aufgaben

1. Ein dreiseitiges schiefes Prisma $ABCEFG$ hat als Grundfläche das Dreieck ABC und die kongruente Deckfläche EFG (siehe Abb. 1). (Abb. 1)

Gegeben sind die Punkte $A(-2|5|6)$, $B(3|6|11)$, $C(1|2|3)$ und $E(-1|3|-5)$

- Geben Sie die Koordinaten der Punkte F und G an.
- Die Punkte A, B, C bilden eine Ebene E^* . Geben Sie eine Normalengleichung von E^* an.
- Bestimmen Sie den Winkel φ zwischen den Kanten $[AC]$ und $[AE]$ des Prismas.
- Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist, und bestimmen Sie die Maßzahl der Dreiecksfläche.
- Vom Eckpunkt E wird das Lot auf die Ebene E^* gefällt. Bestimmen Sie die Koordinaten des Lotfußpunktes L und die Höhe h des Prismas. Welches Volumen V besitzt das Prisma?



Grafik: Günter Gerstbrein

2. Ein schiefes Prisma hat die Grundfläche ABC und die Deckfläche DEF , wobei die Eckpunkte A und D auf einer Kante des Prismas liegen. Gegeben sind die Punkte $A(9|10|0)$, $B(0|18|0)$, $C(0|10|6)$ und $D(9|-2|3)$.

- Bestimmen Sie die fehlenden Koordinaten der Punkte E und F und skizzieren Sie das Prisma.
- Bestimmen Sie die Grundflächenebene E_1 durch die Punkte A, B, C und die Deckflächenebene E_2 durch die Punkte D, E, F .
- Unter welchem Winkel φ sind die Seitenkanten des Prismas gegen die Grundfläche ABC geneigt und unter welchem Winkel ε die Grundfläche ABC gegen die x_1x_2 -Koordinatenebene?
- Berechnen Sie den Flächeninhalt A_G der Grundfläche ABC , die Höhe h des Prismas sowie das Prismavolumen V .
- Die Ebene G durch die Punkte A, E, F und die Ebene H durch die Punkte B, C, D bestimmen eine Gerade g , die im Inneren des Prismas eine Strecke $[ST]$ ausschneidet. Bestimmen Sie die Koordinaten der Endpunkte S und T sowie die Länge ℓ der Strecke $[ST]$.
- Die Punkte A, D, S und T spannen eine Pyramide auf, die im Inneren des Prismas liegt und die Grundfläche ADS und die Spitze T besitzt. Bestimmen Sie das Volumen V' dieser Pyramide und das Verhältnis $V':V$ von Pyramide und Prisma.

M1

