

Pyramiden mit drei oder vier Seiten

Ein Beitrag von Alfred Müller



© Evgenij_Bobrov / iStock / Getty Images Plus

In diesem Beitrag führen die Schülerinnen und Schüler geometrische Untersuchungen an Pyramiden durch. Dabei stellen sie Gleichungen für Geraden oder Ebenen auf, welche die Kanten und Seiten dieser Körper bilden und ermitteln die Koordinaten von fehlenden Punkten, Oberflächen- und Volumenberechnungen sowie das Bestimmen von Winkeln sind ebenfalls Teil der Aufgaben.

Pyramiden mit drei oder vier Seiten

Oberstufe (grundlegend)

Ein Beitrag von Alfred Müller

Aufgaben	1
-----------------	----------

Lösungen	3
-----------------	----------

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

- räumliches Vorstellungsvermögen
- Umgang mit Geraden- und Ebenengleichungen
- Winkelbestimmungen
- Flächen- und Volumenberechnungen

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Thema	Material	Methode
Aufgaben	M1	AB

Kompetenzprofil:

- Inhalt:** Dreieck, Pyramide, Flächeninhalt, Volumen, Geradengleichung, Ebenengleichung, Bestimmung fehlender Punkte, Lagebeziehungen, Winkel
- Medien:** GTR, CAS
- Kompetenzen:** Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5), Kommunizieren (K6)

Aufgaben

1. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem bilden die drei Punkte $A(6|4|5)$, $B(9|24|9)$ und $C(12|8|4)$ die Grundfläche einer dreiseitigen Pyramide mit der Spitze $S(s_1 | s_2 | s_3)$.
 - a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt der Grundfläche ABC sowie eine Gleichung der Ebene E durch die drei Punkte in Normalenform.
 - b) Die Spitze S liegt auf der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ und das Volumen der Pyramide beträgt $V = 36$ VE. Bestimmen Sie die Koordinaten der Pyramidenspitze S sowie die Oberfläche O der Pyramide.
2. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem kennt man von einem Dreieck PQR die Punkte $P(0|0|0)$, $Q(-4|3|2)$ und $R(1|-2|2)$.
 - a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks PQR sowie eine Ebene E durch die drei Punkte in Normalenform.
 - b) Die drei Punkte P, Q, R bilden zusammen mit dem Punkt S eine Pyramide mit der Grundfläche PQR und der Spitze S. Wie lauten die Koordinatengleichungen der Ebenen E_1 und E_2 , in denen sich die Spitze S bewegen kann, wenn das Volumen der Pyramide $V = 75$ VE beträgt?
3. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem bilden die Punkte $A(0|0|0)$, $B(3|3|0)$ und $C(3|6|-6)$ die Grundfläche einer schiefen Pyramide mit der Höhe $h = 6$ LE.
 - a) Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.
 - b) Die Spitze D der Pyramide ist so zu bestimmen, dass die Seitenkante [AD] eine Länge von $6\sqrt{2}$ LE besitzt und mit der Grundkante [AB] einen Winkel von 60° bildet.
4. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind die Punkte $P(6|4|3)$, $Q(4|-1|7)$, $A(6|-5|3)$ und die Gerade $g = PQ$ gegeben.
 - a) Zeigen Sie, dass der Punkt A nicht auf der Geraden g liegt. Bestimmen Sie dann eine Gleichung derjenigen Ebene E durch den Punkt A senkrecht zur Geraden g.
 - b) Die Ebenen E und $F: x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 7 = 0$ schneiden sich in einer Geraden s unter dem Winkel φ . Bestimmen Sie eine Gleichung von s sowie den Winkel φ .
 - c) Die Gerade g und die x_3 -Achse sind windschief. Berechnen Sie den kürzesten Abstand von g und der x_3 -Achse sowie die Koordinaten des Punktes C auf g, der vom Punkt A den kürzesten Abstand besitzt.
 - d) Die Spitze S einer Pyramide mit der Grundfläche OAP (O = Ursprung) liegt auf der Geraden g. Berechnen Sie die Koordinaten von S so, dass das Volumen der Pyramide $V = 90$ VE beträgt.