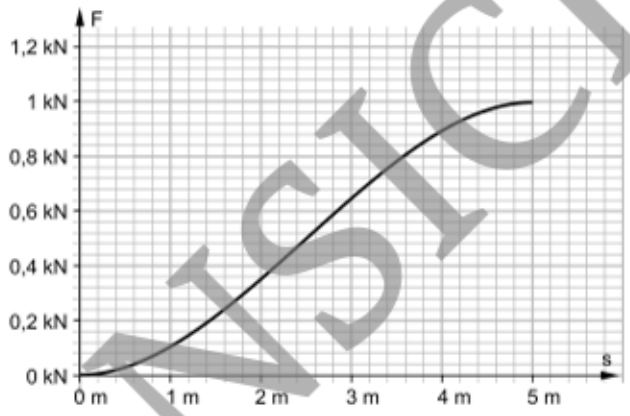
UNTERRICHTS MATERIALIEN

Physik Sek. II



Integrale in der Physik

Aufgaben für den Taschenrechner

VORANSICHT

RAABE
KLASSE SCHULE

2. Kraft – Weg – Arbeit

a) Eine Schraubenfeder mit der Federhärte $D = 20\,\frac{N}{cm}$ wird um 12 cm gedehnt.

(α) Berechnen Sie die benötigte Kraft.

(β) Zeichnen Sie ein s-F-Diagramm.

(γ) Wie groß ist die dazu nötige Arbeit?

b) Ein Motor wird mit veränderlicher Kraft beschleunigt. Dabei beginnt die Kraft bei 0 und erreicht bei s = 5 m einen lokalen Höhepunkt. Die Stärke der Kraft lässt sich in etwa durch die Funktion

$$F(s) = -\frac{2}{125}\cdot s^3 + \frac{3}{25}\cdot s^2$$

darstellen.

Berechnen Sie die dabei verrichtete Arbeit.

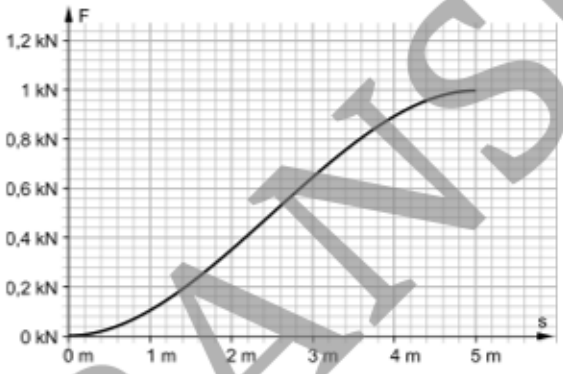


Abb. 2

3. Arbeit im inhomogenen Feld

a) Berechnen Sie die Arbeit, die nötig ist, um einen Körper der Masse 5,0 kg von der Erdoberfläche auf 400 km Höhe zu bringen.

Hinweis: Gravitationskonstante $G = 6{,}673\cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\cdot s^2}$;

Erdmasse $M = 6{,}0\cdot 10^{24}$ kg; Erdradius $r_0 = 6370$ km

b) Wie groß ist die Arbeit, um einen Körper der Masse 2,0 kg aus dem Gravitationsfeld der Erde zu entfernen?

VORANSICHT

Kompetenzprofil

- Niveau: Oberstufe vertiefend/grundlegend
- Fachlicher Bezug: –
- Kommunikation: Physikalische Texte erfassen, argumentieren, Vermutungen äußern
- Problemlösen: Probleme formulieren, Darstellungen verwenden, Ergebnisse angeben, komplexe Berechnungen
- Modellierung: –
- Medien: Lehrbücher, Internet, Formelsammlung, integralberechnende Software
- Methode: Einzel- oder Gruppenarbeit, Referat
- Inhalt in Stichworten: Benzinverbrauch auf ungeraden Wegen (Bogenlänge), Arbeit bei konstanter und veränderlicher Kraft, Arbeit in inhomogenen Feldern, Auf- und Entladen eines Kondensators, Drehmoment bei unregelmäßigen Flächen, Leistung im Wechselstromkreis.

Autor: Erwin Kunesch, Gmund

Lösungen

1. a) Mithilfe des Satzes von Pythagoras lässt sich die Länge der direkten Strecke berechnen:

$$\sqrt{(50\,\text{km}-10\,\text{km})^2+(60\,\text{km}-30\,\text{km})^2}=\sqrt{2500\,\text{km}^2}=50\,\text{km}\,.$$

Bei einer Geschwindigkeit von $120\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ benötigt Frau Arntholt wegen $t=\frac{s}{v}$ eine Zeit von $t=\frac{50\,\text{km}}{120\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}=\frac{5}{12}\,\text{h}=25\,\text{min}\,.$

b) Für den Verbrauch gilt: $\frac{5,7\,\text{l}}{100\,\text{km}}\cdot 50\,\text{km}=2,85\,\text{l}.$

c) Zunächst wird die Länge der Umleitungsstrecke benötigt:

$$s=\int_a^b\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx=\int_{10}^{50}\sqrt{1+(2\cdot 0,1125\cdot x-6)^2}\,dx\approx 104,454\,.$$

VORANSICHT

c) Hier tritt ebenfalls eine veränderliche (in diesem Fall elektrische) Kraft auf: Zunächst wird die Arbeit ermittelt, die das Proton vollbringt, um bis auf 18 cm vom Kugelmittelpunkt entfernt zu kommen:

$$W = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2}\,dr = \frac{6{,}25 \cdot 10^{11} \cdot (-1{,}6 \cdot 10^{-19}) \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \cdot \int_{r_1}^{0{,}18} \frac{1}{r^2}\,dr$$

$$= -1{,}44 \cdot 10^{-16} \cdot \left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{0{,}18}$$

$$W = 1{,}44 \cdot 10^{-16} \cdot \left(\frac{1}{0{,}18} - \frac{1}{r_1}\right) = 8{,}00 \cdot 10^{-16}\ .$$

Diese Arbeit von $8{,}00 \cdot 10^{-16}$ J ist gleich der kinetischen Energie, die das Proton an diesem Punkt besitzt:

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

und somit

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}00 \cdot 10^{-16}\,J}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\,kg}} \approx 978818\,\frac{m}{s} \approx 9{,}8 \cdot 10^5\,\frac{m}{s}.$$

4. a) Die Anfangsladung berechnet sich aus:
$Q_0 = C \cdot U = 10 \cdot 10^{-6}\,F \cdot 40\,V = 4{,}0 \cdot 10^{-4}\,C = 0{,}40\,mC$.

b) Der Anfangsstrom errechnet sich aus:
$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{40\,V}{400\,\Omega} = 0{,}10\,A$.

c) Als Ladung nach 3,0 ms ergibt sich:

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 4{,}0 \cdot 10^{-4}\,C \cdot e^{-\frac{0{,}0030\,s}{400\,\Omega \cdot 10 \cdot 10^{-6}\,F}}$$

$$= 4{,}0 \cdot 10^{-4}\,C \cdot e^{-0{,}75} = 1{,}9 \cdot 10^{-4}\,C = 0{,}19\,mC.$$

d) Die abgeflossene Ladung lässt sich aus der Differenz der Ergebnisse aus den Aufgaben a) und c) ablesen:
$\Delta Q = 0{,}40\,mC - 0{,}19\,mC = 0{,}21\,mC$.

VORANSICHT