

Wurfbewegungen – Theorie, Übungsaufgaben und Test

Carlo Vöst, Oliva, Spanien

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing



© Oliver Rossi/Stone/Getty Images Plus

Wurfbewegungen sind innerhalb der Mechanik sehr interessant und in ihrer Untersuchung anspruchsvoll, weil sie eine Kombination verschiedener Bewegungsarten darstellen. Dementsprechend verlangen sie an der einen oder anderen Stelle zu ihrer Beschreibung einen erhöhten mathematischen Aufwand, der sich allerdings durch vereinfachende Annahmen auch reduzieren lässt.

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Physik

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Es ist gemäß § 60b UrhG hergestellt und ausschließlich zur Veranschaulichung des Unterrichts und der Lehre an Bildungseinrichtungen bestimmt. Die Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH erteilt Ihnen für das Werk das einfache, nicht übertragbare Recht zur Nutzung für den persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung. Unter Einhaltung der Nutzungsbedingungen sind Sie berechtigt, das Werk zum persönlichen Gebrauch gemäß vorgenannter Zweckbestimmung in Klassensatzstärke zu vervielfältigen. Jede darüber hinausgehende Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Hinweis zu §§ 60a, 60b UrhG: Das Werk oder Teile hiervon dürfen nicht ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen. Die Aufführung abgedruckter musikalischer Werke ist ggf. GEMA-meldepflichtig.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und ggf. angefragt.

In unseren Beiträgen sind wir bemüht, die für Experimente nötigen Substanzen mit den entsprechenden Gefahrenhinweisen zu kennzeichnen. Dies ist ein zusätzlicher Service. Dennoch ist jeder Experimentator selbst angehalten, sich vor der Durchführung der Experimente genauestens über das Gefährdungspotenzial der verwendeten Stoffe zu informieren, die nötigen Vorsichtsmaßnahmen zu ergreifen sowie alles ordnungsgemäß zu entsorgen. Es gelten die Vorschriften der Gefahrstoffverordnung sowie die Dienstvorschriften der Schulbehörde.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-60
meinRAABE@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Anna-Greta Wittnebel
Satz: Röser MEDIA GmbH & Co. KG, Karlsruhe
Bildnachweis-Titel: © Oliver Rossi/Stone/Getty Images Plus
Illustrationen: Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing
Korrektorat: Johanna Stotz, Wyhl a. K., Dr. Stefan Völker, Jena

Wurfbewegungen – Theorie, Übungsaufgaben und Test

Oberstufe (Niveau)

Carlo Vöst, Oliva, Spanien

Illustrationen von Dr. Wolfgang Zettlmeier, Barbing

| | |
|---|-----------|
| M 1 Theorie: Der waagerechte Wurf | 1 |
| M 2 Theorie: Der schiefe Wurf | 3 |
| M 3 Aufgaben zum waagerechten Wurf | 5 |
| M 4 Aufgaben zum waagerechten Wurf | 6 |
| M 5 Aufgaben zum schiefen Wurf | 7 |
| M 6 Sind Sie fit? – Testen Sie Ihr Wissen! | 9 |
| M 7 Sind Sie fit? – Testen Sie Ihr Wissen! | 10 |
| Hinweise und Lösungen | 11 |

Die Schüler lernen:

Der Beitrag ist für Schüler zum Selbststudium gedacht oder auch als Hilfe zur Vorbereitung auf eine Klassenarbeit. Am Anfang steht der „waagerechte Wurf“, der noch relativ einfach zu erfassen ist, während anschließend auch der sogenannte „schiefe Wurf“ behandelt wird. Nach dem Theorieteil findet sich eine Fülle von Aufgaben zum Einüben des besprochenen Stoffs. Am Ende des Beitrags steht eine Klassenarbeit, welche dem Testen des Erlernten dient.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

Ab = Arbeitsblatt

| Thema | Material | Methode |
|--|----------|------------------|
| Theorie: Der waagerechte Wurf | M 1 | Ab, Einzelarbeit |
| Theorie: Der schiefe Wurf | M 2 | Ab, Einzelarbeit |
| Aufgaben zum waagerechten Wurf | M 3 | Ab, Einzelarbeit |
| Aufgaben zum waagerechten Wurf | M 4 | Ab, Einzelarbeit |
| Aufgaben zum schiefen Wurf | M 5 | Ab, Einzelarbeit |
| Sind Sie fit? – Testen Sie Ihr Wissen! | M 6 | LEK |
| Sind Sie fit? – Testen Sie Ihr Wissen! | M 7 | LEK |

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann beschränken Sie sich auf die Behandlung des waagerechten Wurfs (**M 1**, **M 3** und **M 4**).

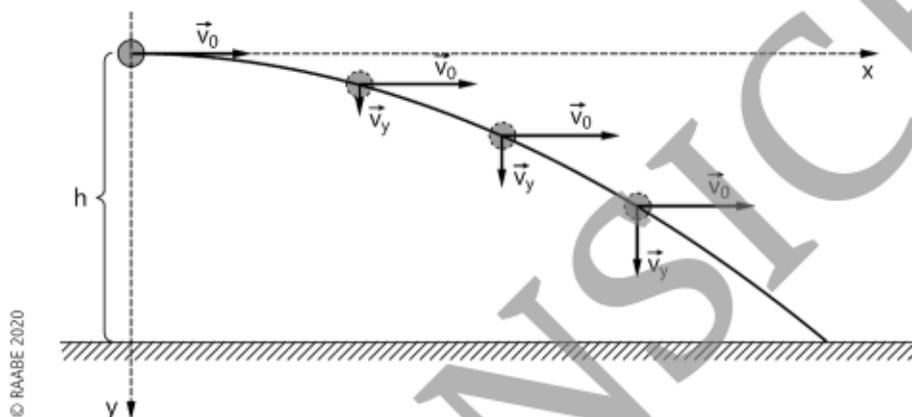
Erklärung der Differenzierungssymbole

| | | | |
|---|--|---|-----------------------------------|
|  | Aufgaben, in denen generell Differenzierung möglich ist (Lehrersymbol) |  | Die mittleren Aufgabenvarianten |
|  | Die anspruchsvollsten Aufgabenvarianten |  | Die leichtesten Aufgabenvarianten |

M1 Theorie: Der waagerechte Wurf

Wir betrachten eine (kleine) Kugel, die in einer Höhe h über dem Erdboden waagrecht mit der (Horizontal-)Geschwindigkeit \vec{v}_0 abgeworfen wird. Diese Geschwindigkeit \vec{v}_0 behält die Kugel aufgrund des Trägheitssatzes von Newton (= 1. Newton'sches Axiom) während ihres ganzen Fluges bei, weil in x -Richtung keine Kraft wirkt.

Hinweis: Wir vernachlässigen hierbei Reibungskräfte (Luft).



© RAABE 2020

Abb. 1, Grafik: Dr. Wolfgang Zettlmeier

Auf die Kugel wirkt in senkrechter Richtung die Erdanziehungskraft (auch während ihres ganzen Fluges). Sobald die Kugel die Hand verlässt, wird sie in y -Richtung nach dem 2. Newton'schen Gesetz ständig beschleunigt. Dies führt zu einer (immer weiter zunehmenden) Geschwindigkeit \vec{v}_y in y -Richtung (während die Geschwindigkeit in x -Richtung ja konstant bleibt).

Pro Zeiteinheit t ist also der zurückgelegte Weg in x -Richtung konstant gleich: $x = v_0 \cdot t$, während der zurückgelegte Weg in y -Richtung quadratisch zunimmt: $y = \frac{1}{2}g \cdot t^2$.

Diese beiden Bewegungen (aus denen sich die Gesamtbewegung zusammensetzt) beeinflussen sich gegenseitig nicht.

Koordinatenmäßige Erfassung:

$$\left. \begin{array}{l} x = v_0 t \Leftrightarrow t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow y(x) = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2} = \frac{g}{\underbrace{2v_0^2}_{\text{const.}}} \cdot x^2$$

An der quadratischen Abhängigkeit von y von x erkennt man, dass die Kurve eine Parabelbahn ist.

$v_y = g \cdot t = g \cdot \frac{x}{v_0} = \frac{g}{\underbrace{v_0}_{\text{const.}}} \cdot x$, also ist die Geschwindigkeit in y -Richtung proportional zur

horizontalen Entfernung vom Abschusspunkt.

Wurfweite: aus $y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$ folgt mit $y_0 = h$: $x_w = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (Wurfweite).

Wurfdauer: $h = \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (Wurfdauer).

Auftreffgeschwindigkeit und Auftreffwinkel:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\tan \varphi = \frac{|v_y|}{v_x} = \frac{g t}{v_0}$$

$$\text{da } v_x = \text{const} = v_0$$

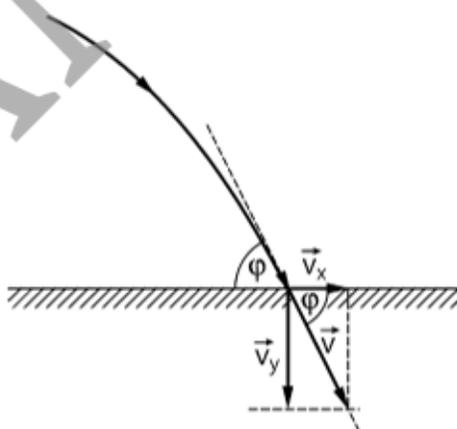


Abb. 2, Grafik: Dr. Wolfgang Zettlmeier

M 2 Theorie: Der schiefe Wurf

Die meisten und auch interessantesten Wurfbewegungen (Flug eines Golfballs, Kugelstoß, Speerwurf, Weitsprung etc.) stellen keinen waagerechten (horizontalen) Wurf dar. Wir betrachten als Beispiel den Wurf eines Balls.

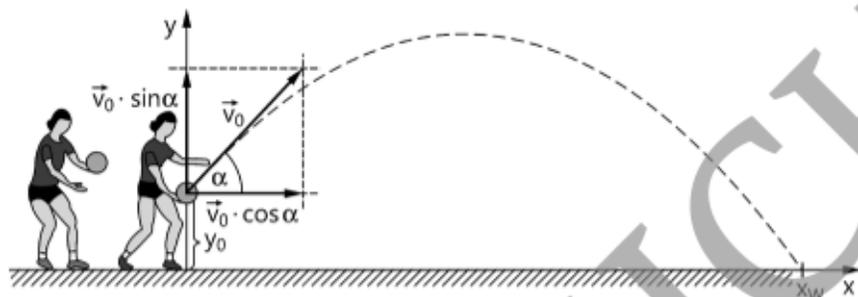


Abb. 3, Grafik: Dr. Wolfgang Zettlmeier

Bewegungsgleichungen des schiefen Wurfs

In x-Richtung wirken keine Kräfte, also gilt:

$$v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha.$$

Damit ist $x(t) = v_x(t) \cdot t = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$.

In y-Richtung wirkt die Gewichtskraft des Balls, also wird er mit $|\vec{g}|$ in Richtung Erdoberfläche beschleunigt und es gilt:

$$v_y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t \text{ und damit } y(t) = y_0 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Aufstellen der Bewegungsgleichung:

$$x(t) = v_x(t) \cdot t = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{x(t)}{v_0 \cdot \cos \alpha} \text{ eingesetzt:}$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x(t)}{v_0 \cdot \cos \alpha} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x(t)}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2, \text{ also:}$$

$$y(t) = y_0 + \tan \alpha \cdot x(t) - \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2(t).$$

Für den Fall, dass der Ball auf Bodenhöhe abgeworfen wird ($y_0 = 0$), gilt für die Wurfweite x_w :

$$0 = \tan \alpha \cdot x_w - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x_w^2 = x_w \left(\tan \alpha - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x_w \right)$$
$$\Leftrightarrow x_w = 0 \vee x_w = \frac{\tan \alpha \cdot 2 v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{g} = \frac{2 v_0^2}{g} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2\alpha).$$

Also ist die Wurfweite proportional zum Quadrat der Abwurfgeschwindigkeit und maximal $\left(\frac{v_0^2}{g} \right)$ für $\alpha = 45^\circ$.

M 3 Aufgaben zum waagerechten Wurf



1. Ein Projektil wird mit einer Geschwindigkeit von $90,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ in horizontaler Richtung 280 m über dem Erdboden abgeschossen.

Hinweis: Rechnen Sie mit $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



- a) Berechnen Sie, nach welcher Zeit und in welcher waagrecht gerechneten Entfernung es am Erdboden ankommt.
- b) Ermitteln Sie die Geschwindigkeit (Betrag und Richtung gegenüber der Waagerechten), die es im Augenblick des Aufschlags hat.
- c) Bestimmen Sie, wie weit das Projektil nach 5,00 s in x- bzw. y-Richtung geflogen ist. Bestimmen Sie auch seine Geschwindigkeit zu diesem Zeitpunkt.
2. Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der ein Stein von einer 125 m hohen senkrechten Felswand waagrecht geschleudert werden muss, damit er in einer Entfernung von 80,0 m vom Fußpunkt der Felswand die Oberfläche eines Bergsees trifft. Bestimmen Sie auch seinen Geschwindigkeitsbetrag beim Auftreffen.
3. Ein Kind rutscht im Schwimmbad eine Rampe hinunter. Es verlässt sie horizontal und trifft 2,5 m tiefer in 3,0 m horizontaler Entfernung auf das Wasser. Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der es die Rutsche verlässt.
4. Aus einem Gartenschlauch tritt das Wasser mit einer Geschwindigkeit von $6,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ aus.
- a) Berechnen Sie, wie hoch der Gärtner den Schlauch mindestens waagrecht halten muss, wenn er ein 4,0 m entferntes Beet mit dem Wasserstrahl treffen will.
- b) Bestimmen Sie, mit welcher Geschwindigkeit und unter welchem Winkel das Wasser für diese Höhe auf das Beet trifft.
5. Ein Tennisspieler schlägt den Ball von der Grundlinie des Feldes aus einer Höhe von 2,40 m in horizontaler Richtung (keine Luftreibung; kein Spin).
- a) Berechnen Sie, wie lange der Ball braucht, bis er beim Gegner auf den Boden auftrifft.
- b) Bestimmen Sie die Anfangsgeschwindigkeit v_0 in x-Richtung, die dem Ball gegeben werden muss, damit er beim Gegner auf der Grundlinie aufkommt (gesamte Spielfeldlänge 23,77 m).
Welche Geschwindigkeit in km/h hat er dann?

M 4 Aufgaben zum waagerechten Wurf



- Ein Skispringer der Masse $m = 75 \text{ kg}$ springt von einer Schanze. Der Start liegt $\Delta h = 90 \text{ m}$ über dem Schanzentisch, die Länge der Anlaufspur ist $l = 140 \text{ m}$, der Absprung erfolge horizontal.

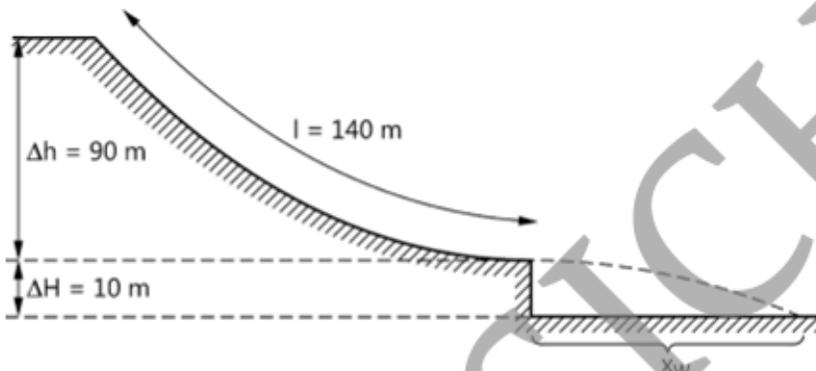


Abb. 4, Grafik: Dr. Wolfgang Zettlmeier

- Die Reibung bleibe zunächst außer Acht: Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v_0 des Springers beim Verlassen des Schanzentisches.
Hinweis: Verwenden Sie den Energieerhaltungssatz (EES). 
 - Die Luftreibung sowie die Reibung zwischen Ski und Schnee sollen nun durch die konstante Reibungskraft $F_r = 300 \text{ N}$ berücksichtigt werden. Berechnen Sie die Geschwindigkeit v_1 , mit der der Springer die Schanze verlassen muss.
Hinweis: Verwenden Sie den Ansatz $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v^2 + F_r \cdot \ell$ 
 - Berechnen Sie die Sprungweite, welche der Springer mit der Geschwindigkeit v_1 erreicht. Die Reibung in der Flugphase wird nicht berücksichtigt.
- Ein Stein wird aus $2,10 \text{ m}$ Höhe mit einer Geschwindigkeit von $18,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ waagrecht abgeworfen.
 - Beschreiben Sie die Bewegung des Steins in x-Richtung und in y-Richtung (z. B. beschleunigt oder gleichförmig), wenn man von Reibung absieht.
 - Berechnen Sie, wie lange der Stein unterwegs ist.
 - Berechnen Sie die Flugweite des Steins.