

# Wer darf das Wurzelgefängnis wieder verlassen? – Fit im Umgang mit Quadratwurzeln

Von Alessandro Totaro, Stuttgart  
Illustriert von Julia Lenzmann, Stuttgart



Foto: Alessandro Totaro

Visualisieren Sie das Thema Quadratwurzeln mit der Gefängnisgeschichte – so behalten Ihre Schülerinnen und Schüler den Durchblick.

<b>Klasse</b>	9/10
<b>Dauer</b>	6 Stunden (Minimalplan: 3 Stunden)
<b>Inhalt</b>	Wurzeln addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren; teilweise Wurzeln ziehen; Klammerrechnungen bei Wurzeltermen
<b>Kompetenzen</b>	mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5); mathematisch kommunizieren (K6)
<b>Ihr Plus</b>	DIN-A1-Poster zu den Rechenregeln bei Wurzeln

## Didaktisch-methodische Hinweise

Der Umgang mit Wurzeln ist eine **elementare Grundfertigkeit**, die die Schülerinnen und Schüler beherrschen sollten, um bis zur Klassenstufe 10 die mathematischen Themeneinheiten erfolgreich meistern zu können. Vor allem in den Einheiten zu Algebra, Stereometrie und Trigonometrie kommen Wurzelterme beim Rechnen immer wieder vor.

Es ist vor allem von enormer Bedeutung, dass die **Basisfertigkeiten zum Rechnen mit Wurzeltermen** ausgebaut und gestärkt werden. Die Lernenden rechnen meist ab der Klassenstufe 7 mit dem Taschenrechner. Jedoch stoßen sie frühestens bei den irrationalen Zahlen auf eine Barriere, denn hier hilft der Rechner nicht mehr weiter. Sie können nur das Endergebnis als gerundete Dezimalzahl angeben.

### Worum geht es inhaltlich?

Mit dieser Übungseinheit festigen die Schülerinnen und Schüler ihre Fertigkeiten und Fähigkeiten im Umgang mit Wurzeln. Die **Wurzelgesetze** zur **Addition, Subtraktion, Multiplikation** und **Division** werden durch verschiedene Übungsarten (reversibles, operatives und automatisierendes Üben) gefestigt. Außerdem üben die Lernenden, **teilweise Wurzeln zu ziehen**, und wenden ihr Wissen bei Aufgaben zum Distributivgesetz an.

### Das sollten Ihre Schüler bereits können

Für die Übungseinheit sollten die Begriffe **Quadratwurzel** und **Quadratzahl** bekannt sein. Um aus einer nicht quadratischen Zahl die Wurzel teilweise ziehen zu können, müssen die Lernenden den Radikanden (Term unter der Wurzel) als Produkt aus Quadrat- und Nichtquadratzahlen darstellen. Des Weiteren wird auf der mittleren und hohen Niveaustufe ein guter **Umgang mit Variablen** als Platzhalter vorausgesetzt. Alle **Rechengesetze** werden in **Tippkarten** noch einmal aufgegriffen, sodass die Schülerinnen und Schüler diese während der Übungsphase individuell wiederholen können.

### Wie ist die Übungseinheit aufgebaut?

#### **Variante 1: Zur individuellen Wiederholung**

Lassen Sie die Lernenden mit dem **Selbsteinschätzungsbogen (M 1)** beginnen. Danach legen Sie die Materialien M 2–M 12 als **Lerntheke** aus und die Schülerinnen und Schüler holen sich individuell das benötigte Material.

#### **Variante 2: Zur gemeinsamen Übung und Vertiefung**


Hier beginnen die Lernenden in den Stunden 1 und 2 **Wurzeln zu addieren und zu subtrahieren**. Mithilfe des **Partnerarbeitsblattes (M 2)** rechnen sie gemeinsam und helfen sich gegenseitig. Durch die **Folienvorlage bzw. das Arbeitsblatt (M 3)** verbinden die Schülerinnen und Schüler die Regel zum **teilweisen Wurzelziehen** mit einer kleinen Geschichte im Wurzel-Gefängnis. Die anschließende **Lauf-Übung (M 4)** bringt Bewegung in den Unterricht und die Schülerinnen und Schüler vertiefen dabei das teilweise Wurzelziehen.

In den Stunden 3 und 4 trainieren die Lernenden **alle Grundrechenarten** mit Wurzeln. Mithilfe der in drei Niveaustufen **differenzierten Arbeitsblätter (M 5) und (M 6)** festigen die Schülerinnen und Schüler ihren Umgang mit der **Multiplikation und Division von Wurzeln**. Der **Tandembogen (M 7)** dient dazu, in Zweiertteams das Kopfrechnen und die Wurzelgesetze aller Grundrechenarten abschließend zu üben.

In den Stunden 5 und 6 werden die Grundfertigkeiten aus den vorherigen Stunden in schwierigeren Aufgaben mit Klammern angewandt. Die **spielerische Übung (M 8)** motiviert die Schülerinnen und Schüler mit einem Knobelspiel. Hier setzen sie sich aktiv mit dem **Distributivgesetz** auseinander und trainieren nebenbei das Rechnen mit Wurzeln, indem sie fertig gelöste Rechenwege ansehen und sich die Rechenregeln passiv aneignen. Im Anschluss folgt ein **differenziertes Arbeitsblatt (M 9)**, das den Lernenden – je nach Niveaustufe – eine gute abschließende Übungsmöglichkeit bietet.

## Auf einen Blick

### Stunde 1/2 Wurzeln addieren und teilweise ziehen – Grundwissen aufbauen

- M 1 (Ab) Mit Wurzeln kann ich rechnen! – Mein Lernstand  
 M 2 (Ab) Gemeinsam sind wir stark! – Wurzeln addieren und subtrahieren  
 M 3 (Fv) Quadratzahlen im Gefängnis – teilweise Wurzeln ziehen  
 M 4 (Sp) Teilweise Wurzeln ziehen – Mathe-Lauf Vorlage M4.doc 

### Stunde 3/4 Übung macht den Meister – Grundrechenarten mit Wurzeln

- M 5 (Ab) Wurzeln multiplizieren – übe auf deinem Niveau  
 M 6 (Ab) Wurzeln dividieren – üben macht dich fit  
 M 7 (Ab) Wir helfen uns gegenseitig! – Tandembogen zum Rechnen mit Wurzeln

### Stunde 5/6 Jetzt wird's schwieriger! – Komplexere Aufgaben

- M 8 (Ab) Knobelspiel – Rechnen mit Wurzeln und Klammern  
 M 9 (Ab) Du hast die Wahl! – Distributivgesetz bei Wurzeln

### Zusatzmaterial

- M 10 (Tx) Wurzellängen mit dem Satz des Pythagoras konstruieren  
 M 11 (Tx) Erste Hilfe! – Tippkarten zum Rechnen mit Wurzeln + DIN-A1-Poster

### Lernerfolgskontrolle

- M 12 (Lk) Fit für den Test? – Sicher im Umgang mit Wurzeln

### Legende der Abkürzungen

**Ab:** Arbeitsblatt; **Fv:** Folienvorlage; **Lk:** Lernerfolgskontrolle; **Sp:** Spiel; **Tx:** Text

#### Minimalplan

Ihre Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für 3 Stunden als Stationenarbeit. Folgende Materialien eignen sich dafür:

Station 1: Gemeinsam sind wir stark	M 2
Station 2: Teilweise Wurzeln ziehen	M 3
Station 3: Rechnen mit Wurzeln	M 7
Station 4: Distributivgesetz bei Wurzeln	M 9

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 22.

## Mit Wurzeln kann ich rechnen! – Mein Lernstand

M 1



### So geht's

1. Löse die Aufgaben.
2. Überprüfe anhand der Lösungen.
3. Falls du nicht auf die Lösung gekommen bist, übe mithilfe der angegebenen Materialien!

Ich übe mit:

### Aufgabe 1 (Addition und Subtraktion von Wurzeln)

Ergänze.

a)  $2\sqrt{7} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{7} + 18\sqrt{3} =$  \_\_\_\_\_

b)  $-3\sqrt{3} + 4\sqrt{11} - \_\_\sqrt{3} + \_\_\sqrt{11} = -11\sqrt{3} + 15\sqrt{11}$

M 2: Gemeinsam sind wir stark!

M 7: Tandembogen

### Aufgabe 2 (Teilweise Wurzeln ziehen)

Ziehe teilweise die Wurzel.

a)  $\sqrt{200} =$  \_\_\_\_\_

b)  $\sqrt{128} =$  \_\_\_\_\_

c)  $5\sqrt{32} =$  \_\_\_\_\_

d)  $4\sqrt{125} =$  \_\_\_\_\_

M 3: Quadratzahlen im Gefängnis

M 4: Mathe-Lauf

### Aufgabe 3 (Multiplikation und Division von Wurzeln)

Berechne und ziehe teilweise die Wurzel.

a)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{15} =$  \_\_\_\_\_

b)  $\sqrt{48x^4} : \sqrt{12x^2} =$  \_\_\_\_\_

M 5: Wurzeln multiplizieren

M 6: Wurzeln dividieren

### Aufgabe 4 (Komplexere Wurzelterme mit Klammern lösen)

Löse die Klammer auf und fasse die Terme zusammen.

a)  $3 \cdot (11 + \sqrt{5}) + 12\sqrt{5} =$  \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

b)  $133 + \sqrt{2}(8\sqrt{18} - 10) =$  \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_


\_\_\_\_\_

M 8: Knobelspiel

M 9: Du hast die Wahl!

### M 3      **Quadratzahlen im Gefängnis – teilweise Wurzeln ziehen**

#### Gesetze im Wurzelgefängnis



§ 1 Jede Quadratzahl im Gefängnis ist unschuldig. Sie darf es verlassen, nachdem aus ihr die Wurzel gezogen wurde.

§ 2 Jede Zahl darf das Wurzelgefängnis betreten, indem sie sich quadriert.

§ 3 Alle Nichtquadratzahlen bleiben lebenslänglich im Gefängnis!

#### So verlässt du das Gefängnis

Hierzu musst du unter der Wurzel eine Quadratzahl finden. Schreibe also den Radikanden als Produkt wie im Beispiel:

a)  $\sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 9} = \sqrt{2 \cdot 3^2} = 3\sqrt{2}$

$9 = 3^2$  und ist somit eine Quadratzahl! Sie darf nach § 1 das Gefängnis verlassen!  
Draußen wird sie zur 3!

b)  $\sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 25} = \sqrt{3 \cdot 5^2} = 5\sqrt{3}$

c)  $\sqrt{98x^2} = \sqrt{2 \cdot 49 \cdot x^2} = x\sqrt{2 \cdot 7^2} = 7x\sqrt{2}$

Buch: Colourbox; Foto: Alessandro Totaro

**Aufgabe 1:** Ziehe teilweise die Wurzeln.

a)  $\sqrt{32} = \sqrt{2 \cdot 16} = \sqrt{2 \cdot \underline{\quad}^2} = \underline{\quad}$       b)  $\sqrt{20} = \underline{\quad}$

c)  $\sqrt{200} = \underline{\quad}$       d)  $\sqrt{40} = \underline{\quad}$

**Aufgabe 2:** Ziehe teilweise die Wurzeln. Beachte dabei die Variablen.

a)  $\sqrt{9x} = \sqrt{\underline{\quad}^2 \cdot x} = \underline{\quad}$       b)  $\sqrt{5x^2} = \underline{\quad}$

c)  $\sqrt{72x} = \underline{\quad}$       d)  $\sqrt{12x^2} = \underline{\quad}$

**Aufgabe 3:** Einige Zahlen möchten ins Gefängnis, um Freunde zu besuchen. Beachte § 2 und bringe den Faktor unter die Wurzel! Beispiel:  $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$

a)  $13\sqrt{2} = \sqrt{13^2 \cdot 2} = \underline{\quad}$       b)  $5\sqrt{2} = \underline{\quad}$

c)  $12\sqrt{3} = \underline{\quad}$       d)  $6\sqrt{10} = \underline{\quad}$

e)  $14x\sqrt{2} = \underline{\quad}$       f)  $7x\sqrt{12} = \underline{\quad}$

g)  $13x\sqrt{2x} = \underline{\quad}$       h)  $25x^2\sqrt{2} = \underline{\quad}$

## Wurzeln multiplizieren – übe auf deinem Niveau

M 5

### So geht's

1. Wähle eine der drei Niveaustufen und berechne die Aufgaben. Ziehe auch teilweise die Wurzel.
2. War die Aufgabe zu leicht oder zu schwer? Wähle ein anderes Niveau.
3. Vergleiche deinen Rechenweg mit dem Lösungsblatt.



### Potenzgesetze

Hochzahlen nennt man Potenzen.

So **multiplizierst** du sie:

$$a^2 \cdot a^2 = (a \cdot a) \cdot (a \cdot a) = a^4$$

$$= a^{2+2} = a^4$$

$$a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$$

### Niveaustufe A (★)

#### Aufgabe 1

a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{64} = \sqrt{\quad}^2 = \underline{\quad}$

b)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{81} = \sqrt{\quad}^2 = \underline{\quad}$

c)  $\sqrt{40} \cdot \sqrt{10} = \underline{\quad}$

d)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45} = \underline{\quad}$

#### Aufgabe 2

a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{45} = \underline{\quad}$

b)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} = \underline{\quad}$

c)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{120} = \underline{\quad}$

d)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{15} = \underline{\quad}$

### Niveaustufe B (★★)

#### Aufgabe 1

a)  $\sqrt{40x} \cdot \sqrt{5x} = \underline{\quad}$

b)  $\sqrt{7a} \cdot \sqrt{14a} = \underline{\quad}$

c)  $\sqrt{5y^2} \cdot \sqrt{10y^2} = \underline{\quad}$

d)  $b^2\sqrt{5} \cdot b^2\sqrt{15} = \underline{\quad}$

#### Aufgabe 2

a)  $\sqrt{3x^6} \cdot \sqrt{27x^2} = \underline{\quad}$

b)  $x\sqrt{5} \cdot \sqrt{15x^8} = \underline{\quad}$

c)  $\sqrt{12x^3} \cdot \sqrt{6x^3} = \underline{\quad}$

d)  $\sqrt{25x^3} \cdot \sqrt{15x} = \underline{\quad}$

### Niveaustufe C (★★★)

#### Aufgabe 1

a)  $\sqrt{3x} \cdot \sqrt{\quad} = 6x$

b)  $\sqrt{4a} \cdot \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{2a} = 6a\sqrt{2}$

c)  $\sqrt{\quad} \cdot \sqrt{10x} = 5\sqrt{2x}$

d)  $\sqrt{5b^2} \cdot \sqrt{\quad} = 2b\sqrt{10a}$

#### Aufgabe 2

a)  $\sqrt{\quad} \cdot \sqrt{3x} \cdot \sqrt{5x} = 3x\sqrt{10x}$

b)  $\sqrt{4a} \cdot \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{2a} = 8a\sqrt{a}$

c)  $\sqrt{12y} \cdot \sqrt{3y} \cdot \sqrt{\quad} = 6y\sqrt{5y}$

d)  $\sqrt{3d} \cdot \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{5d} = 5d\sqrt{6}$

### Tipp

Nebenrechnungen werden dir helfen. Fange mit dem Ergebnis an und rechne rückwärts!