

I.67

Zahlen und Größen

Terme und die binomischen Formeln – Spielerisches Üben von Grundkompetenzen

Nach einer Idee von Britta Bickhoff



© Michael Hoegel/The Image Bank

In diesem Beitrag werden die mathematischen Grundkompetenzen im Umgang mit Termen wie das Zusammenfassen, das Ausmultiplizieren und das Faktorisieren gefördert. Vertiefend können Sie mit diesem Beitrag die binomischen Formeln vermitteln und einüben. *LearningApps*, Tandembögen, ein Paar-Spiel und weitere Methoden ermöglichen einen vielfältigen und abwechslungsreichen Unterricht und ein spielerisches Lernen. Das leistungsdifferenzierte Material unterstützt überdies das individuelle und selbstständige Arbeiten.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	7/8
Dauer:	6 Unterrichtsstunden (Minimalplan 4)
Inhalt:	Terme, faktorisieren, ausmultiplizieren, zusammenfassen, binomische Formeln
Kompetenzen:	Probleme mathematisch lösen (K2), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)



Auf einen Blick

Ab = Arbeitsblatt; Mb = Merkblatt; Tb = Tandembogen; Kt = Klapptest; Sp = Spiel

Lernstandserhebung

Thema: Termumformungen

M 1 (Ab) Terme umformen – kann ich das?

M 2 (Ab) Terme umformen – kann ich das?

Ergebnissicherung

Thema: Die drei binomischen Formeln

M 3 (Mb) Spickzettel – Die binomischen Formeln

Übung

M 4 (Ab) Kannst du die 1. binomische Formel?

M 5 (Ab) Kannst du die 2. binomische Formel?

M 6 (Ab) Kannst du die 3. binomische Formel?

M 7 (Ab) Kannst du die binomischen Formeln?

M 8 (Ab) Kannst du die binomischen Formeln?

M 9 (Tb) Tandembogen binomische Formeln – Person A

M 10 (Tb) Tandembogen binomische Formeln – Person B

M 11 (Kt) Binomische Formeln – Selbstkontrolle

M 12 (Sp) Finde die Paare!

Lösung

Die Lösungen zu den Materialien finden Sie ab Seite 23.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für vier Stunden mit den folgenden Materialien:

M 1 (Ab) Terme umformen – kann ich das?

M 2 (Ab) Terme umformen – kann ich das?

M 3 (Mb) Spickzettel – Die binomischen Formeln

M 4 (Ab) Kannst du die 1. binomische Formel?

M 5 (Ab) Kannst du die 2. binomische Formel?

M 6 (Ab) Kannst du die 3. binomische Formel?

Mögliche Hausaufgabe:

M 7 (Ab) Kannst du die binomischen Formeln?

M 8 (Ab) Kannst du die binomischen Formeln?

M 1



Terme umformen – kann ich das?

Aufgabe 1

Fasse die folgenden Terme **zusammen**.

a) $3x + 7x + xy - 3xy =$ _____

f) $5a^2 - 3a^3 - a^2 + 2a - a^3 =$ _____

b) $9y - 4x - 16y - 17y =$ _____

g) $-x - y + 3x - 9 =$ _____

c) $3xy - 4y - 12xy =$ _____

h) $4x^2 - 3x + 9 - x^2 =$ _____

d) $3x - 4 + 3x - 7 =$ _____

i) $-6b + 9a - 7ab - 3ab - 8a + b =$ _____

e) $17 - 5m + 9n - 3m - m =$ _____

j) $5r - 6s + rs - 7s + 13s =$ _____

Aufgabe 2

Löse die Klammern **auf** und fasse dann **zusammen**.

a) $19 - (4z + 3) + (5 - 3z) =$ _____

b) $9x + (3y + 3x) - (18 - 4y) =$ _____

c) $4ab - (17a - 13b) - (14b + ab) =$ _____

Aufgabe 3

Berechne folgende Multiplikationsaufgaben.

a) $3x \cdot 3 =$ _____

d) $(-7z) \cdot 3y \cdot 2x =$ _____

b) $4x \cdot (-13x) =$ _____

e) $2x \cdot 3x \cdot x \cdot x =$ _____

c) $4z \cdot (-15z) =$ _____

f) $(-12x) \cdot (+8y) \cdot (+2x) =$ _____

Aufgabe 4

Löse die Klammern **auf** und fasse dann **zusammen**.

a) $6 \cdot (4 - 3x) + 26x =$ _____

b) $14 + 3 \cdot (3a + 6) - 5a =$ _____

c) $4a - 2 \cdot (-12a - 3b) =$ _____

d) $8 \cdot (6x + 4y) - 6x =$ _____

e) $-3 \cdot (8x - 4y) + 43x + 16y =$ _____

f) $7 \cdot (4x + 4y) + 3 \cdot (x + y) =$ _____

g) $2 \cdot (x + 8) + 3 \cdot (5 + x) =$ _____

M 3 Ergebnissicherung: Merkblatt – Die binomischen Formeln

1. binomische Formel

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Erklärung	1. Beispiel	2. Beispiel
$(a + b)^2$ $(a + b) \cdot (a + b)$ $= \underbrace{a \cdot a}_{a^2} + \underbrace{a \cdot b + b \cdot a}_{2 \cdot a \cdot b} + \underbrace{b \cdot b}_{b^2}$ $= a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$	$(x + 2)^2$ $= (x + 2) \cdot (x + 2)$ $= x \cdot x + x \cdot 2 + 2 \cdot x + 2 \cdot 2$ $= x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2$ $= x^2 + 4 \cdot x + 4$	$(3x + 4)^2$ $= (3x + 4) \cdot (3x + 4)$ $= 3x \cdot 3x + 3x \cdot 4 + 4 \cdot 3x + 4 \cdot 4$ $= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 4 + 4^2$ $= 9 \cdot x^2 + 24 \cdot x + 16$

2. binomische Formel

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Erklärung	1. Beispiel	2. Beispiel
$(a - b)^2$ $(a - b) \cdot (a - b)$ $= \underbrace{a \cdot a}_{a^2} - \underbrace{a \cdot b - b \cdot a}_{2 \cdot a \cdot b} + \underbrace{b \cdot b}_{b^2}$ $= a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$	$(x - 2)^2$ $= (x - 2) \cdot (x - 2)$ $= x \cdot x + x \cdot (-2) + (-2) \cdot x + (-2) \cdot (-2)$ $= x^2 + 2 \cdot x \cdot (-2) + (-2)^2$ $= x^2 - 4 \cdot x + 4$	$(3x - 4)^2$ $= (3x - 4) \cdot (3x - 4)$ $= 3x \cdot 3x + 3x \cdot (-4) + (-4) \cdot 3x + (-4) \cdot (-4)$ $= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot (-4) + (-4)^2$ $= 9 \cdot x^2 - 24 \cdot x + 16$

3. binomische Formel

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Erklärung	Beispiel 1	Beispiel 2
$(a + b) \cdot (a - b)$ $= \underbrace{a \cdot a}_{a^2} - \underbrace{a \cdot b + b \cdot a}_0 - \underbrace{b \cdot b}_{b^2}$ $= a^2 - 0 - b^2$ $= a^2 - b^2$	$(x - 2) \cdot (x + 2)$ $= x \cdot x + x \cdot 2 + (-2) \cdot x + (-2) \cdot 2$ $= x^2 + 0 - 4$ $= x^2 - 4$	$(3x - 4) \cdot (3x + 4)$ $= 3x \cdot 3x + 3x \cdot 4 + (-4) \cdot 3x + (-4) \cdot 4$ $= (3x)^2 + 0 - 16$ $= 9 \cdot x^2 - 16$

M 9

Übung: Tandembogen binomische Formeln – Person A



So geht's

1. **Löse** die Aufgaben in Einzelarbeit.
2. Um zu sehen, ob deine Lösungen richtig sind, musst du dich mit Person B austauschen. Sie kennt deine Lösungen. Die Lösungen für die Aufgaben von Person B stehen wiederum auf deinem Tandembogen. **Kontrolliert** euch **gegenseitig**.

Aufgabe 1

Multipliziere mithilfe der binomischen Formeln aus.

- a) $(2,3v + 5,6i) \cdot (2,3v - 5,6i) =$ _____
- b) $(9 + s)^2 =$ _____
- c) $(3c + 5t)^2 =$ _____
- d) $(-15 - s)^2 =$ _____
- e) $\left(\frac{2}{3}a + b\right) \cdot (a - b) =$ _____
- f) $(0,2x - 0,5y)^2 =$ _____

Aufgabe 2

Faktorisiere mithilfe der binomischen Formeln.

- a) $y^2 - \frac{25}{36} =$ _____
- b) $a^2 + 10a + 25 =$ _____
- c) $u^2 - 12ub + 36b^2 =$ _____
- d) $324 - 36e + e^2 =$ _____
- e) $9x^2 - 42x + 49 =$ _____
- f) $4y^2 - 1 =$ _____

Lösungen für den Tandembogen von Person B

Zu Aufgabe 1	Zu Aufgabe 2
a) $49b^2 + 14bm + m^2$	a) $(12c + 13d) \cdot (12c - 13d)$
b) $3,24c^2 - 6,25d^2$	b) $(a + 6)^2$
c) $64v^2 - 80uv + 25u^2$	c) $(25 - x)^2$
d) $144 + 24w + w^2$	d) $(15 - t)^2$
e) $\frac{16}{25}u^2 - 9$	e) $(0,5y + z) \cdot (0,5y - z)$
f) $0,01s^2 + 0,16st + 0,64t^2$	f) $\left(2x - \frac{1}{3}\right)^2$

M 11

Übung: Binomische Formeln – Selbstkontrolle



So geht's

1. **Falte** das Blatt entlang der gestrichelten Linie.
2. **Löse** die Aufgabe in Einzelarbeit.
3. **Kontrolliere** dich anschließend selbst, indem du das Blatt wieder aufklappst und deine Lösungen mit der Musterlösung vergleichst.

Aufgaben	Musterlösung
Multipliziere mit der binomischen Formel aus :	
$(21u + 24v) \cdot (21u - 24v)$	$441u^2 - 576v^2$
$(6x + 11y) \cdot (6x - 11y)$	$36x^2 - 121y^2$
$(4,9w - 11,2z)^2$	$24,01w^2 - 109,76wz + 125,44z^2$
$(15y - 16z)^2$	$225y^2 - 480yz + 256z^2$
$(-12u - 14v)^2$	$144u^2 + 336uv + 196v^2$
$(3a + 2b)^2$	$9a^2 + 12ab + 4b^2$
$(17,2g + 12,8h)^2$	$295,84g^2 + 440,32gh + 163,84h^2$
$(22 \frac{1}{4} x - 27 \frac{2}{3} w)^2$	$495,0625x^2 - 1231,17xw + 765,44w^2$
$(3,7e + 5,8g)^2$	$13,69e^2 + 42,92eg + 33,64g^2$
$(3,3e - 5,09f)^2$	$10,89e^2 - 33,594ef + 25,9081f^2$
Faktorisier e mithilfe der binomischen Formeln:	
$121d^2 + 110de + 25e^2$	$(11d + 5e)^2$
$4p^2 + 20pq + 25q^2$	$(2p + 5q)^2$
$441 + 42n + n^2$	$(21 + n)^2$
$289 + 34d + d^2$	$(17 + d)^2$
$1 - 2b + b^2$	$(1 - b)^2$
$e^2 + 22e + 121$	$(e + 11)^2$
$j^2 + 28j + 196$	$(j + 14)^2$
$l^2 + 30l + 225$	$(l + 15)^2$
$0,04x^2 - 0,09y^2$	$(0,2x + 0,3y) \cdot (0,2x - 0,3y)$
$121 - 66b + 9b^2$	$(11 - 3b)^2$

Übung: Finde die Paare!

M 12

So geht's

1. **Schneide** die Karten entlang der gestrichelten Linien **aus**.
2. **Ordne** nun immer einem grauen Kärtchen das passende weiße Kärtchen zu.



Alternativ kannst du das Paar-Spiel auch digital spielen. Dazu musst du mit einem Tablet oder Smartphone den nebenstehenden QR-Code **scannen** oder den nachfolgenden Link **aufrufen**:

<https://learningapps.org/view20847191>

$(a - 2)^2$	$(2a + 3b)^2$
$(12a + 8b) \cdot (12a - 8b)$	$(-ab - 4)^2$
$(5a - 3b)^2$	$(0,7a + 0,9b)^2$
$a^2b^2 + 8ab + 16$	$144a^2 - 64b^2$
$81a^2 + 64 - 144a$	$(6a - 7b)^2$
$36a^2 - 84ab + 49b^2$	$(9a - 8)^2$
$4a^2 + 12ab + 9b^2$	$a^2 - 4a + 4$
$0,49a^2 + 1,26ab + 0,81b^2$	$25a^2 - 30ab + 9b^2$
$81a^2 + 162ab + 81b^2$	$(-7a - 25b) \cdot (-7a + 25b)$
$49a^2 - 625b^2$	$(9a + 9b)^2$