

UNTERRICHTS MATERIALIEN

Wahrscheinlichkeitsrechnung
und Statistik Sek I/II



Vergleich zweier Kugelnummern
Simulationen mit Excel

Impressum

RAABE UNTERRICHTS-MATERIALIEN Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik Sek I/II

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die elektronische oder sonstige Vervielfältigung, Übersetzung, Verbreitung und öffentliche Zugänglichmachung.

Für jedes Material wurden Fremdrechte recherchiert und angefragt. Sollten dennoch an einzelnen Materialien weitere Rechte bestehen, bitten wir um Benachrichtigung.

Dr. Josef Raabe Verlags-GmbH
Ein Unternehmen der Klett Gruppe
Rotebühlstraße 77
70178 Stuttgart
Telefon +49 711 62900-0
Fax +49 711 62900-20
schule@raabe.de
www.raabe.de

Redaktion: Schirin Orth
Satz: Rösner MEDIA GmbH & Co. KG, Fritz-Erler-Straße 25, 76133 Karlsruhe
Illustrationen: Schirin Orth
Bildnachweis Titel: DeSid/iStock Getty Images Plus/United States
Lektorat: Dipl.-Math. Dr. rer. Nat. Yvonne Raden

Vergleich zweier Kugelnummern

In einer Urne liegen 3 (4) Kugeln, die mit den Zahlen 1 bis 3 (1 bis 4) beschriftet sind. Aus der Urne werden 2 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

- 1 Berechnen Sie mithilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite gezogene Kugel mit einer größeren Zahl beschriftet ist als die erste Kugel.
- 2 Simulieren Sie mithilfe der Exceltabelle „Vergleich zweier Kugelnummern.xlsx“ die Ziehung von 3 bis 10 Kugeln.
 - 2.1 Stellen Sie eine Vermutung für die Wahrscheinlichkeit auf, dass die zweite gezogene Kugel mit einer größeren Zahl beschriftet ist als die erste Kugel.
 - 2.2 Verallgemeinern Sie das Problem auf n Kugeln mit den Zahlen 1 bis n und vergleichen Sie die berechnete Wahrscheinlichkeit mit Ihrer Vermutung.

Hinweis:

Durch geschicktes Ausklammern oder durch Abzählen der günstigen Fälle erhalten Sie einen Term, der die Summe der ersten $n - 1$ natürlichen Zahlen darstellt. Eine Möglichkeit diesen Term auszurechnen besteht darin, die Summanden 2 Mal, einmal in aufsteigender, einmal in abnehmender Reihenfolge nebeneinander zu schreiben und dann die Summe zweier untereinanderstehender Summanden zu berechnen

$$\begin{array}{r} (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1 \\ 1 + 2 + \dots + (n-2) + (n-1) \end{array}$$

Kompetenzprofil

- Niveau: grundlegend/weiterführend
- Fachlicher Bezug: Stochastik
- Kommunikation: Vermutungen äußern
- Problemlösen: vernetztes Denken
- Modellierung: Modell entwickeln
- Medien: Excel
- Methode: Einzelarbeit/ Partnerarbeit
- Inhalt in Stichworten: Baumdiagramm, Pfadmultiplikations- und Pfadadditionsregel, Simulation

Autor: Günther Weber

Methodisch-didaktische Hinweise

Bei Aufgabe 2a) kann man den Schülern die Exceltabelle „Vergleich zweier Kugelnummern.xlsx“ als Blackbox vorgeben. Die Excel-Datei finden Sie im Online-Archiv. Vor der Nutzung wird darauf hingewiesen, wie man die Anzahl der Kugeln einstellt und wie man die Simulation startet, durchführt bzw. zurücksetzt.

Ebenso ist es möglich (siehe Lösung von Aufgabe 2), auf einige Formeln in der Tabelle einzugehen. Dies kann dahingehend geschehen, dass die Schüler – sofern sie ausreichend Kenntnisse im Umgang mit Excel besitzen – die Formeln selbst entwickeln oder die Formel wird gezeigt und besprochen.

Ebenfalls kann man den Schülern eine Stunde vorher die Funktionsweise der Tabelle zeigen und die Schüler versuchen, die Tabelle selbst zu erstellen.

Bei Aufgabe 2b) kann den Schülern die Summenformel für die ersten n natürlichen Zahlen vorgegeben werden. Die Summe S_n der ersten n natürlichen Zahlen

lässt sich berechnen durch die gaußsche Summenformel: $S_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$.

Bei leistungsschwächeren Lerngruppen kann hieraus auch noch die Formel für

die ersten $n-1$ natürlichen Zahlen $S_{n-1} = \frac{(n-1) \cdot n}{2}$ entwickelt werden.

Lösung

1

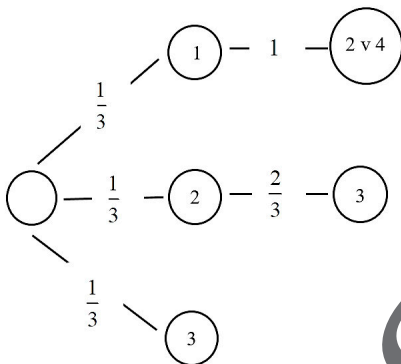


Abb. 1

$$P(\text{Kugelnr. 2} > \text{Kugelnr. 1})$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

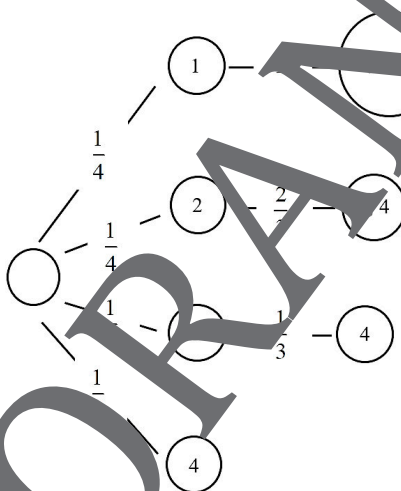


Abb.

$$P(\text{Kugelnr. 2} > \text{Kugelnr. 1})$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{6}{3} \right) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

* Das Ausklammern im zweiten Rechenschritt weist auf den Rechen-trick hin, der in Aufgabe 2b) zur allgemeinen Formel führt.

2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Vergleich zweier Kugelnummern													
2														
3		Anzahl der Kugeln:	10											
4							noch nicht gezogene Kugelnummer							
5	Kugel	Kugelnummer	Kugelnr. 2 > Kugelnr. 1 1 - ja; 0 - nein		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	1	4			1	2	3	5	6	7	8	9	10	
7	2	3	0											
8														
9														
10	Start: 1													
11	Zurücksetzen: 0	1												
12	Anzahl der Versuche	1000												
13														
14	Anzahl der Kugel mit größerer Nummer													
15	insgesamt	relative Häufigkeit												
16	501	50,10%												

Mithilfe einer Bildschleife kann die Anzahl der Kugeln, die in der Urne liegen, von 3 bis 10 eingestellt werden. Die eingestellte Anzahl (in der Tabelle 10) wird in Zelle C3 angezeigt. Ebenso werden die in der Urne befindlichen Kugelnummern in Zeile 5 ab E5 (bis maximal N5) angezeigt.

Das Ziehen der 1. Kugel geschieht durch die Formel in Zelle B6:
 $=\text{GANZZAHL}(\text{ZUFALLSZAHL}()*\$C\$3)+1$

Abhängig von der gezogenen Kugelnummer werden in Zeile 6 ab E6 (bis maximal M6) die restlichen Kugelnummern angezeigt. Dies geschieht durch die Formel in E6:
 $=\text{WENN}(B6=E5;F5;E5)$

und durch die zu kopierende Formel in F6 im Bereich G6:M6:
 $=\text{WENN}(OBER(\$B6=F5;E6=F5);G5;F5)$

Das Ziehen der 2. Kugel geschieht durch die Formel in Zelle B7:
 $=\text{INDEX}(E6:N6;\text{GANZZAHL}(\text{ZUFALLSZAHL}()*(\$C\$3-1))+1)$