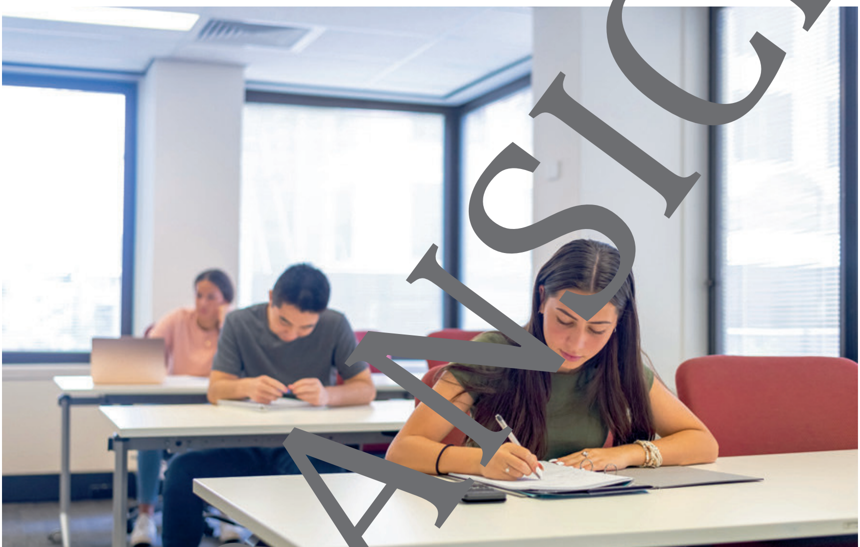
Halbkreis, Funktion mit Definitionslücke und Funktionenscharen – Übungstests aus Analysis

Alfred Müller



© Fly View Productions / E+ / Getty Images Plus

Fünf Übungstests unterstützen Sie bei der Leistungsüberprüfung Ihrer Schülerinnen und Schüler oder helfen den Jugendlichen dabei, ihre eigenen Fähigkeiten einzuschätzen. Auch zur Vorbereitung auf das schriftliche Abitur eignen sich die Aufgaben. Mit Zeitvorgabe und Bewertungsschlüssel sorgen die Übungsblätter dabei für realistische Prüfungsbedingungen.

Inhaltlich decken die Aufgaben ein breites Spektrum der Analysis ab. So untersuchen die Lernenden das Verhalten von Funktionen im Bereich einer Definitionslücke, stellen einen Halbkreis mithilfe einer Wurzelfunktion dar und untersuchen, ob der durch eine Funktion generierte Rotationskörper in eine Kugel passen würde.

RAABE, KLASSE SCHULE

Halbkreis, Funktion mit Definitionslücke und Funktionenscharen – Übungstests aus Analysis

Oberstufe (weiterführend/vertiefend)

Alfred Müller

Die Schülerinnen und Schüler lernen:

die Anwendung ihres Wissens und ihres Könnens in abiturrelevanten Aufgaben. Die Zeitvorgaben ermöglichen auch die Simulation einer realen Prüfungssituation und fördern ihr Zeitmanagement.

Überblick:

Legende der Abkürzungen:

AB Arbeitsblatt

Thema	Material	Methode
Logarithmus	M1	AB
Definitionslücke	M1	AB
Symmetrie	M1, M2, M5	AB
Kosinus	M[illegible]	AB
Exponentialfunktion	M5	AB
Wurzelfunktion	M3	AB
Halbkreis	M[illegible]	AB
Rotationskörper	M4	AB
Funktionenschar	M2–M5	AB
Exponentialfunktion	M5	AB

Kompetenzprofil:

Inhalt: Logarithmus, Kosinus, Wurzel, Exponentialfunktion, Rotationskörper, Halbkreis, [illegible], Integrieren, Differenzieren, Stetigkeit, Definitionslücke, Kurvendiskussion, Skizzieren von Graphen

Medien: GTR/CAS

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen (K1), Probleme mathematisch lösen (K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)

Funktion mit Definitionslücke **M1**

1. Gegeben ist die Funktion f durch ihre Gleichung $y = f(x) = (x-1) \cdot \ln(x-1)^2$ mit $D_f = D_{max}$ und Graphen G_f.
   a) Bestimmen Sie die Definitionsmenge D_f und das Verhalten von f bei Annäherung an die nicht definierte Stelle. Welcher Art ist die auftretende Definitionslücke? **[3 BE]**
   b) Zeigen Sie, dass für alle $d \neq 0$ gilt: $f(1+d) = -f(1-d)$. Welche Folgerung kann aus der Gültigkeit dieser Gleichung gezogen werden? **[4 BE]**
   c) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen G_f mit den Koordinatenachsen. **[3 BE]**
   d) Untersuchen Sie den Graphen G_f auf Extremwerte nach Art und Lage sowie auf Wendepunkte. Bestimmen Sie dann das Verhalten der Ableitungsfunktion f´ bei Annäherung an die Definitionslücke. **[9 BE]**
   e) Zeichnen Sie den Graphen G_f im Intervall $I = [-1; 3]$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. Verwenden Sie: 1 LE = 2 cm. **[5 BE]**
   f) Beweisen Sie durch Rechnung, dass die Gerade $g: y = -x + 1$ den Graphen G_f in zwei Punkten senkrecht schneidet. **[4 BE]**
2. Stammfunktion und Integralfunktion
   a) Zeigen Sie, dass die Funktion G mit der Gleichung $G(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 \cdot \left[\ln(x-1)^2 - 1\right]$ mit $D_G = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ eine Stammfunktion zur Funktion f ist. **[4 BE]**
   b) Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche A, die der Graph G_f mit der x-Achse einschließt. **[4 BE]**
   c) Für welche Werte a > 1 stimmt die für x > 1 definierte Integralfunktion F mit der Zuordnung $F: x \mapsto F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ mit der Funktion G überein? **[4 BE]**

Arbeitszeit: 50 Minuten **Gesamt: [40 BE]**

M2 Funktionenschar mit Kosinus

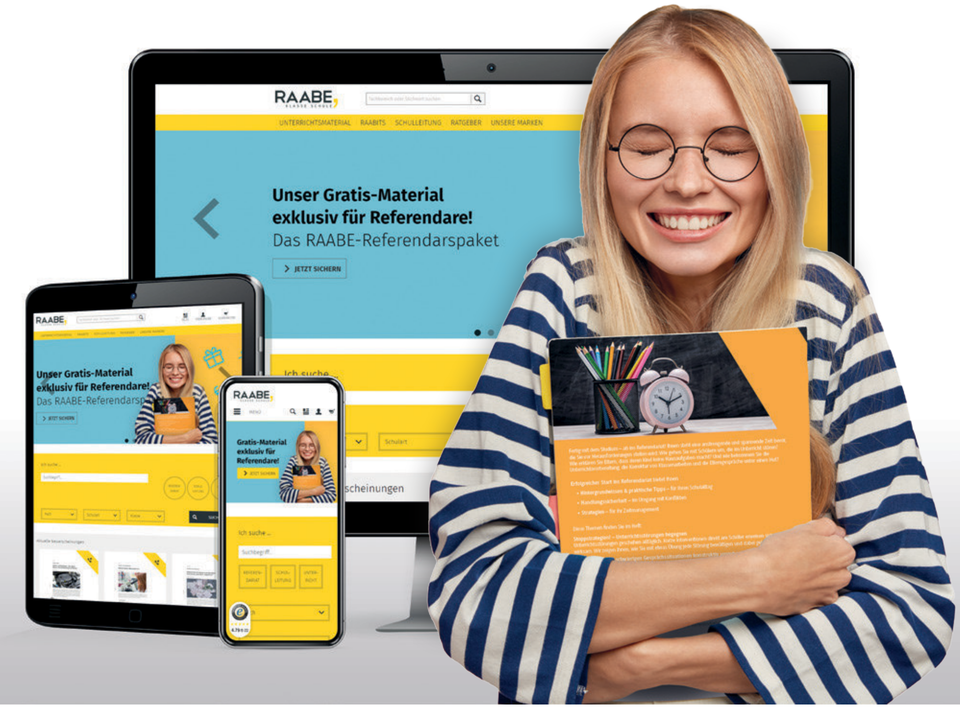
1. Gegeben ist die Schar von Funktionen f_a durch ihre Gleichung $y = f_a(x) = \sqrt{a - \cos x}$ mit $a \in \mathbb{R}$ und Graphen G_a.
   Die Definitionsmenge D_a ist eine Teilmenge von $I = [-\pi; \pi]$.
   a) Für welche Werte von a gibt es in I definierte Werte von f_a? Für welche Werte von a gilt: $D_a = I$? Geben Sie dann für a = 1 die Definitionsmenge D_1 der Funktion f_1 an. **[5 BE]**
   b) Für welche Werte von a besitzt f_a Nullstellen? Bestimmen Sie dann die Nullstelle für a = 1. **[3 BE]**
   c) Berechnen Sie die Ableitungsfunktion f_a' und begründen Sie, dass jede Funktion f_a für a > 1 genau einen Extremwert besitzt, wenn man von Randextremwerten absieht. Was liegt für a = 1 vor? **[5 BE]**
   d) Bestimmen Sie die Ableitungsfunktion f_a''. Für welche Werte von a existieren Wendepunkte? **[6 BE]**
   e) Zeigen Sie, dass der Graph G_1 für a = 1 symmetrisch zur y-Achse ist. Zeichnen Sie dann den Graphen G_1 in $I = [-\pi; \pi]$. Erstellen Sie dazu eine Wertetabelle in Schritten von $\Delta x = \frac{\pi}{6}$. Verwenden Sie: 1 LE = 2 cm; $\pi = 3\,\text{LE}$. **[6 BE]**

2. Umkehrfunktion und Flächenberechnung
   a) Begründen Sie, dass die Funktion f_1 in $D_1' = [0; \pi]$ umkehrbar ist und bestimmen Sie eine Gleichung $g(x) = f_1^{-1}(x)$ der Umkehrfunktion zur Funktion f_1. Ihr Graph sei G_g. Welche Definitionsmenge D_g besitzt die Funktion g? **[6 BE]**
   b) Skizzieren Sie den Graphen G_g in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 1c). **[2 BE]**
   c) Bestimmen Sie zur Funktion g eine Stammfunktion G (mithilfe der partiellen Integration) und berechnen Sie den Flächeninhalt, den der Graph G_g zwischen x = 0 und $x = \sqrt{2}$ mit der x-Achse einschließt. **[7 BE]**

Arbeitszeit: [illegible] Minuten **Gesamt: [40 BE]**

RAABE,
KLASSE SCHULE

Sie wollen mehr für Ihr Fach?
Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download
im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar

Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung

Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen mit
bis zu 15% Rabatt

Käuferschutz
mit Trusted Shops

TRUSTED SHOPS GUARANTEE

Jetzt entdecken:
www.raabe.de