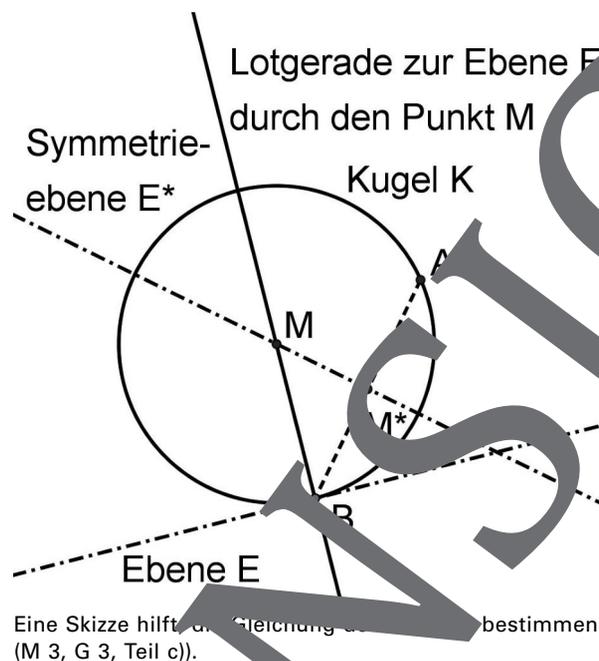


Geraden, Ebenen und Kugeln – Gruppenarbeit zur Vorbereitung aufs ABI

Walter Czech, Krumbach



II/B

Klasse (GK und LK)**Dauer** 10 Stunden**Inhalt** Geraden-, Ebenen- und Kugelgleichung, auch Hessesche Normalenform, Schnittprobleme, Abstand, Tangentialebene, Dreiecksschar**Ihr Plus** Schulung des räumlichen Vorstellungs- und Abstraktionsvermögens

Entdecken Sie die faszinierende Welt der Geraden, Ebenen und Kugeln und ihrer Lagebeziehungen. Kein anderes Gebiet verlangt soviel Abstraktionsvermögen, räumliche Vorstellungskraft und die Fähigkeit zu strukturiertem und selbständigem Denken wie die analytische Geometrie.

Welchen Abstand hat ein Punkt von einer Ebene? Wo durchstößt eine Gerade diese Ebene und wo berührt die Ebene eine Kugel? All dies lässt sich mithilfe einfacher Gleichungen berechnen. Das Rechnen ist kein Selbstzweck, sondern hat einen anschaulichen Hintergrund. Richtig spannend ist die Geometrie, weil die dritte (räumliche) Dimension eine Rolle spielt.

Mit diesem Beitrag bereiten Sie Ihren Kurs gründlich auf die Abiturprüfung vor.

| | | | | | |
|-----------------------|----------------|-----------------|------------|----------------|-----------------|
| Reihe 5 S 5 | Verlauf | Material | LEK | Glossar | Lösungen |
|-----------------------|----------------|-----------------|------------|----------------|-----------------|

Auf einen Blick

Gruppenarbeit: Wissen anhand der Grundaufgaben wiederholen

| Material | Thema |
|-----------------------|---|
| M 1: Grundaufgabe G1 | Kugelgleichung, Schnittgerade-Kugel, Abstand Punkt-Gerade, Ebene in besonderer Lage |
| M 2: Grundaufgabe G2 | Kugelgleichung gesucht, Nachweis, vorgegebene Ebene Tangentialebene ist |
| M 3: Grundaufgabe G3 | Kugel berührt Ebene und enthält einen Punkt außerhalb der Ebene |
| M 4: Grundaufgabe G4 | Kugel berührt Ebene, Spiegelkugel, Schargeraden |
| M 5: Zusatzaufgabe G5 | Kugel berührt windschiefe Geraden, Symmetrieebene |

II/B

Zusammenfassung der Ergebnisse, Fragen stellen und Erklärungen von den Mitschülerinnen und Mitschülern bekommen

Gruppenarbeit in Expertengruppen mit anschließender Präsentation

| Material | Thema |
|--------------------------|--|
| M 1: Expertenaufgabe Ex1 | Kugel, Tangentialebene, Schnittgerade zweier Ebenen, Kugeln in besonderer Lage |
| M 2: Expertenaufgabe Ex2 | Schargeraden in der Ebene, Tangente an eine Kugel, Kugel und Spiegelkugel, Rauminhalt einer Pyramide |
| M 3: Expertenaufgabe Ex3 | Punkte, Ebenen, Dreiecksschar, Spiegelpunkt, Schnittgerade zweier Ebenen, Abstand Punkt-Ebene |
| M 4: Expertenaufgabe Ex4 | Schnittpunkte, Schnittkreis, Quadrat, Spiegelkugel |

LEK (M 6)

Schließen Sie die Gruppenarbeit durch eine Lernerfolgskontrolle ab.

Dauer

Können Sie sich die Grundaufgaben (G1 bis G5) vier Unterrichtsstunden ein, eine Doppelstunde für die Gruppenarbeit und eine Doppelstunde für das anschließende Erklären der Lösung. Die Expertengruppen brauchen zur Bearbeitung der beiden frei ausgewählten Aufgaben (Ex1 bis Ex4) auch etwa vier Unterrichtsstunden. Für die abschließende Phase der Ergebnissicherung und Präsentation ist eine Doppelstunde nötig.

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann beschränken Sie sich auf die vier Grundaufgaben (eine Doppelstunde). Für das Erklären der Lösung benötigen Sie eine weitere Doppelstunde.

| | | | | | |
|---------|---------|-----------------|-----|---------|----------|
| Reihe 5 | Verlauf | Material S 1 | LEK | Glossar | Lösungen |
|---------|---------|-----------------|-----|---------|----------|

M 1 Übung macht den Meister (Gruppe 1)!

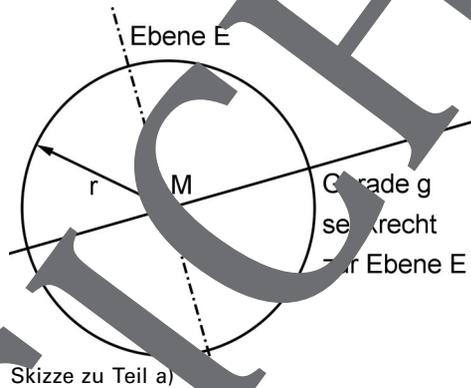
Aufgabe G1: Kugelgleichung, Schnitt Gerade-Kugel, Abstand Punkt-Gerade, Ebene in besonderer Lage

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Kugel K und die Gerade g gegeben:

$$K: x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 6x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 211 = 0$$

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}; k \in \mathbb{R}$$

- Bestimmen Sie Mittelpunkt M und Radius r der Kugel.
- Ermitteln Sie die Schnittpunkte der Geraden g mit der Kugel K.
- Zeigen Sie, dass der Punkt M auf der Geraden g liegt.
- Kugel K und Ebene E: $2x_1 - x_2 + 5x_3 + 17 = 0$ sind in besonderer Lage zueinander. Finden Sie diese Lage heraus.



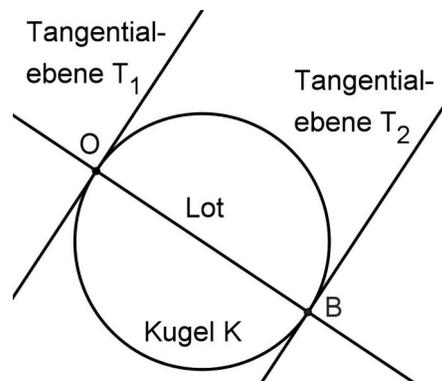
Skizze zu Teil a)

Aufgabe für Experten Ex1: Kugel, Tangentialebene, Schnittgerade zweier Ebenen, Kugeln in besonderer Lage

In einem kartesischen Koordinatensystem ist

$$K: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right]^2 = 9 \text{ gegeben.}$$

- Wo schneidet die Kugel K die Koordinatenachsen?
 - Ermitteln Sie eine Gleichung der Tangentialebene T_1 im Punkt $O(0|0|0)$.
 - Ebene T_2 ist eine zu T_1 parallele Tangentialebene an die Kugel K.
Berechnen Sie die Koordinaten des Berührungspunktes B der Ebene T_2 mit der Kugel K und geben Sie eine Gleichung für T_2 an.
- $P(1|4|-1)$ ist ein Punkt auf der Kugel K.
Geben Sie eine Gleichung für die Tangentialebene T_3 im Punkt P an die Kugel K an.
 - Berechnen Sie den Abstand des Koordinatenursprungs von der Ebene T_3 .
 - Stellen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden von T_3 mit der x_1x_3 -Ebene auf.
Berechnen Sie die Menge der Mittelpunkte aller Kugeln mit Radius $r \geq 3$, die durch $O(0|0|0)$ und $P(1|4|-1)$ gehen.



Skizze zu Teil 1. c)

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 5.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Webinare und Videos
für Ihre fachliche und
persönliche Weiterbildung



Attraktive Vergünstigungen
für Referendar:innen
mit bis zu 15% Rabatt



Käuferschutz
mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de